Vendredi 13 novembre 2026 Term MathEx2

Interrogation (55 min)

(Calculatrice non autorisée)

Exercice 1 *(3 points)*

Lorsqu'on divise 53 par un entier naturel q, on obtient comme quotient 4 et comme reste r.

1°) Démontrer que q est compris entre 11 et 13.

2°) En déduire tous les couples $(q ; r)$ possibles.

Exercice 2 *(6 points)*

Démontrer de deux façons différentes que, pour tout entier naturel n, le nombre $2^{3n} - 8$ est un multiple de 7.

1°) En utilisant une démonstration par récurrence.

2°) En utilisant des congruences.

Exercice 3 *(3 points)*

Soit n un entier naturel.

Démontrer que l'entier $7^n + 5^n$ est divisible par 6 si est seulement si n est impair.

Exercice 4 *(3 points)*

1°) Expliquer pourquoi on peut dire que 7 est l'inverse de 4 modulo 9.

2°) En déduire la résolution dans **Z** de l'équation : $4x + 3 \equiv 6\ [9]$.

Exercice 5 *(5 points)*

1°) Recopier et compléter, en détaillant les calculs effectués, le tableau de congruence suivant :

n	0	1	2	3	4	5	6
$5^n \equiv \ldots\ [7]$							

2°) En déduire, en justifiant, le reste de la division euclidienne de 26^{27} par 7.