NOM et Prénom : ………….……………….……………….……………….……………….…………

Lundi 23 septembre 2024 Term Spé Maths 6

Interrogation (55 min.)

(Calculatrice autorisée)

Exercice 1 *(3 points)*

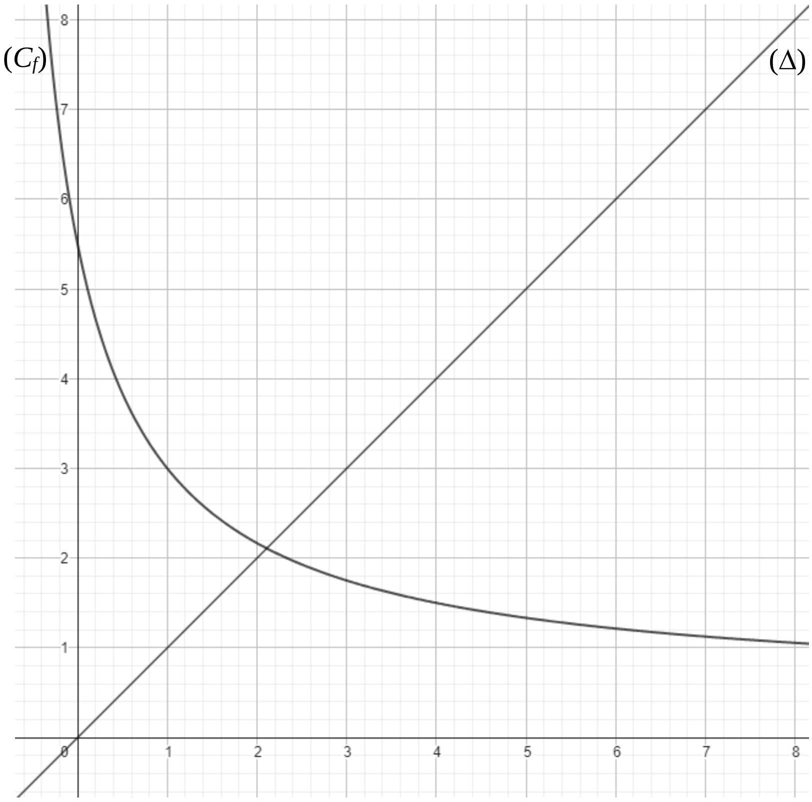
Soit v une suite géométrique de premier terme $v_0 = 3$ et de raison $q = 5$.

a) Pour tout entier naturel n, donner une expression de v_n en fonction de n.
b) Calculer v_9.
c) Pour tout entier naturel n, on note : $S_n = v_0 + v_1 + \ldots + v_n$.
Donner une expression de S_n en fonction de n.
d) Calculer : $S_9 = v_0 + v_1 + \ldots + v_9$.

Exercice 2 *(4 points)*

Soit u la suite définie par :
$u_0 = 7$ et $u_{n+1} = f(u_n)$ pour tout $n \in \mathbf{N}$

La courbe (C_f) est tracée ici,
ainsi que la droite (Δ) : $y = x$.



1°) Expliquer en détail la méthode permettant d'obtenir les points A_1, A_2 et A_3 d'abscisses respectives u_1, u_2 et u_3 sur l'axe des abscisses à partir du point $A_0(u_0\,;\,0)$ et des courbes (C_f) et (Δ).

2°) Réaliser cette construction sur le graphique ci-contre.
(**Laisser les traits de construction**)

3°) La fonction f a pour équation : $f(x) = \frac{5}{x+1} + \frac{1}{2}$.
En déduire les valeurs exactes de u_1 et u_2.

Exercice 3 *(4 points)*

Soit u la suite définie sur $\mathbf{N}$ par : $u_0 = 1$ et pour tout entier naturel n :

$$u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + n - 2$$

Démontrer par récurrence que, pour tout entier naturel n, on a :

$$u_n = \frac{25}{4} \cdot \frac{1}{3^n} + \frac{3n}{2} - \frac{21}{4}$$

…/…

<u>Exercice 4</u> *(9 points)*

Déterminer, en justifiant, les limites en $+\infty$ des suites suivantes :

1°) *u* définie sur **N** par : $u_n = \frac{1}{n+1} - \sqrt{n}$

2°) *u* définie sur **N** par : $u_n = (1 - n^2)\, e^n$

3°) *u* définie sur **N** par : $u_n = n^3 - 3n^2 + n - 2$

4°) *u* définie sur **N** par : $u_n = \frac{n^2}{n+2} - \frac{n^2}{n+4}$

5°) *u* définie sur **N** par : $u_n = \frac{1 - n + \sqrt{n}}{n^2 + 2}$