Mercredi 18 janvier 2023 Terminale Spé Maths 6

Devoir (1h50)

Calculatrice autorisée

Exercice 1 *(11 points)*

Partie A

Soit P le polynôme défini sur **R** par : $P(x) = 2\,x^3 - 3\,x^2 - 2$.

1°) Etudier les variations de P et calculer la limite de P en $+\infty$ (la limite en $-\infty$ n'est pas utile !).

2°) Démontrer que l'équation $P(x) = 0$ admet une unique solution α sur **R**.
Donner un encadrement de α d'amplitude 10^{-2}.

3°) En déduire le signe de $P(x)$ en fonction de x sur **R**.

Partie B

Soit f la fonction définie sur **R**\{1} par : $f(x) = \frac{e^{2x+1}}{x^3 - 1}$
On note (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

1°) Déterminer la limite de f en $-\infty$. Que peut-on en déduire pour la courbe (C_f) ?

2°) Déterminer la limite de f en 1, à gauche et à droite. Que peut-on en déduire pour la courbe (C_f) ?

3°) a) Démontrer qu'on peut écrire, pour tout réel x différent de 0 et 1 : $f(x) = \frac{e}{\frac{1}{8} - \frac{1}{8x^3}} \times \frac{e^{2x}}{(2x)^3}$

b) En déduire la limite de f en $+\infty$.

4°) Démontrer que la fonction dérivée f' de f a le même signe que le polynôme P.
En déduire les variations de f et dresser son tableau de variations complet.

5°) a) Démontrer que $f(\alpha) = \frac{2\,e^{2\alpha+1}}{3\,\alpha^2}$.

b) Démontrer que la fonction $h : x \mapsto \frac{2\,e^{2x+1}}{3\,x^2}$ est strictement croissante sur $]1\,;+\infty[$.

c) En déduire un encadrement de $f(\alpha)$.

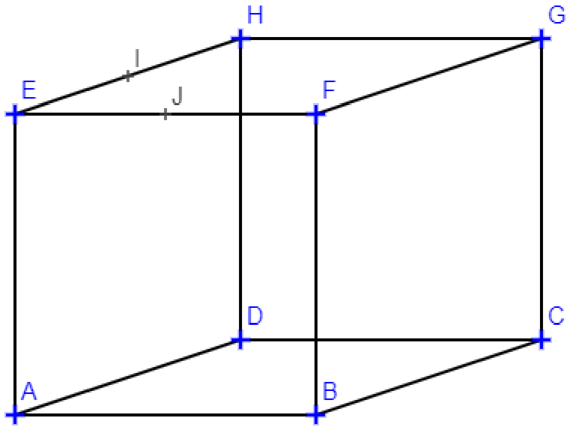
Exercice 2 *(4 points)*

Soient les points A(0 ; 1 ; 4), B(1 ; 3 ; 5), C(2 ; 3 ; 1), D(3 ; 0 ; 2) et E(3 ; 1 ; –8) dans un repère de l'espace.

1°) Démontrer que les points A, B, C et D ne sont pas coplanaires.

2°) Démontrer que les points A, B, C et E sont coplanaires.

<u>Exercice 3</u> *(5 points)*



On considère un cube ABCDEFGH.

On note :

- I le milieu de [EH]
- J le milieu de [EF]

1°) Sans coordonnées.

Justifier que les droites (BI) et (DJ) sont sécantes en un point K.

2°) Avec coordonnées.

On se place dans le repère $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$.

a) Indiquer, sans justifier, les coordonnées des points B, D, E, F et H.
b) En déduire les coordonnées des points I et J.
c) Justifier que : $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = \frac{t}{2} \\ z = t \end{cases}$, $t \in \mathbf{R}$,
est un système d'équations paramétriques de la droite (BI).
d) Déterminer un système d'équations paramétriques de la droite (DJ).
e) Déterminer les coordonnées du point d'intersection des droites (BI) et (DJ).