

Interrogation de Spécialité Mathématique (55 min)
(Calculatrice autorisée)

Exercice 1 (4 points)

Soit a un entier naturel.

Le reste dans la division euclidienne de a par 5 vaut 3 de plus que le reste dans la division euclidienne de $(a + 45)$ par 9, alors que le quotient est le même !

Déterminer la (ou les) valeur(s) de a .

Exercice 2 (4 points)

Soit ABC un triangle rectangle en C. Les mesures des côtés sont des entiers naturels a , b et c .

On a donc : $a^2 + b^2 = c^2$. (On parle de triplets pythagoriciens)

1°) Quelles sont les valeurs possibles pour un carré parfait modulo 3 ?

2°) En utilisant un raisonnement par l'absurde, montrer qu'au moins un des côtés du triangle rectangle ABC a une mesure multiple de 3.

Exercice 3 (6 points)

Pour tout entier naturel n , on note : $u_n = 5 \times 3^{2n} + 2^{n+1}$.

Démontrer que pour tout entier naturel n , u_n est divisible par 7.

1°) En utilisant une démonstration par récurrence.

2°) En utilisant les congruences.

Exercice 4 (6 points)

1°) Déterminer les différentes valeurs possibles de 4^n modulo 7 où n est un entier naturel.

2°) En déduire le reste de 2020^{2020} dans la division euclidienne par 7.