

DEVOIR de Mathématiques (1h50)*(Calculatrice autorisée)***I/ Statistiques.** (5 points)

Une machine fabrique des pièces de calibre 12. Afin de vérifier la fiabilité de cette machine, on effectue un prélèvement de 250 pièces à la sortie de cette machine, voici la série statistique $(x_i ; n_i)$ obtenue.

x_i : longueur	11,6	11,7	11,8	11,9	12,0	12,1	12,2	12,3	12,4	12,5
n_i : effectif	3	8	16	36	84	39	26	21	10	7

1°) Pour cette question : Rappeler les formules utilisées, indiquer les calculs intermédiaires et donner les résultats à 10^{-2} près.

- Calculer la moyenne \bar{x} , la variance v , et l'écart-type σ de la série statistique.
- Déterminer la médiane Me et les quartiles Q_1 et Q_3 .
- Représenter le diagramme en boîte (« boîte à moustache ») de la série statistique $(x_i ; n_i)$.

2°) On estime que la machine est bien réglée si les trois conditions suivantes sont vérifiées :

- $11,9 < \bar{x} < 12,1$
- $\sigma < 0,2$
- Au moins 95% des valeurs sont dans l'intervalle $[\bar{x} - 2\sigma ; \bar{x} + 2\sigma]$

La machine est-elle bien réglée ? (expliquer)

II/ Nombre dérivé et tangente. (3 points)

Soit f la fonction définie sur \mathbf{R} par : $f(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$.

1°) Calculer $f'(1)$.

2°) En déduire une équation de la tangente (T) à la courbe (C_f) au point d'abscisse 1.

III/ Triangles. (6 points)

1°) Soit ABC un triangle tel que : $AB = 3$, $BC = 5$ et $AC = 7$.

Calculer la mesure exacte de l'angle \widehat{ABC} .

2°) Soit DEF un triangle tel que : $DE = 5$, $EF = 8$ et $\widehat{DEF} = 30^\circ$.

Calculer la mesure exacte de DF.

3°) Soit GHI un triangle tel que : $HI = 8$, $\widehat{GHI} = \frac{5\pi}{12}$ et $\widehat{GIH} = \frac{\pi}{3}$.

Calculer la mesure exacte de GH.

IV/ Droites et cercles. (6 points)

On se place dans un repère orthonormal $(O ; \vec{i}, \vec{j})$. (La figure n'est pas demandée)

1°) Déterminer les coordonnées du centre Ω et le rayon R du cercle (C) d'équation :

$$x^2 + y^2 - 10x + 4y + 4 = 0.$$

2°) Déterminer les coordonnées des points d'intersection du cercle (C) avec les axes du repère.

3°) Déterminer une équation cartésienne du cercle (C') de centre $\Omega'(-1 ; 2)$ et de rayon $R' = \sqrt{5}$.

4°) Déterminer les coordonnées des points I et J, intersection des deux cercles (C) et (C') .

Montrer que (IJ) et $(\Omega\Omega')$ sont perpendiculaires.