

Mercredi 17 octobre 2018

1°S<sub>3</sub>

**DEVOIR de Mathématiques (1h50)**

(Calculatrice autorisée)

**I/ Inéquation. (4 points)**

Résoudre dans  $\mathbf{R}$  l'inéquation suivante :  $\frac{x^2+4}{x-2} \leq 1 - \frac{3}{x+1}$

**II/ Equations. (5 points)**

Soit  $m$  un paramètre réel et  $(E_m)$  l'équation :

$$(E_m) : (m - 1)x^2 + 2x + (m + 1) = 0.$$

- 1° a) Résoudre l'équation  $(E_0) : -x^2 + 2x + 1 = 0$   
correspondant à la valeur  $m = 0$ .  
b) Résoudre l'équation  $(E_3) : 2x^2 + 2x + 4 = 0$   
correspondant à la valeur  $m = 3$ .

2° Pour quelles valeurs de  $m$  l'équation  $(E_m)$  admet-elle une unique solution ? Résoudre alors l'équation  $(E_m)$  dans chacun de ces cas.

3° Pour quelles valeurs de  $m$  l'équation  $(E_m)$  admet-elle deux solutions ?

**III/ Factorisation. (3 points)**

Soit  $P$  le polynôme défini sur  $\mathbf{R}$  par :  $P(x) = 8x^3 + 6x^2 - 23x - 6$ .

1° Calculer  $P(-2)$ .

2° Déterminer les réels  $a$ ,  $b$  et  $c$  tels que, pour tout réel  $x$  :

$$P(x) = (x + 2)(ax^2 + bx + c)$$

3° Finir la factorisation de  $P(x)$

**IV/ Enigme. (2 points)**

Une agence immobilière possède 200 studios.

Quand elle fixe le loyer à 700 € par mois, ils sont occupés, mais à chaque fois qu'elle augmente le loyer de 5 €, un appartement n'est plus loué...

1° On note  $x$  le nombre d'augmentations de 5 € du loyer mensuel. Montrer que le revenu mensuel de l'agence (en euros) s'écrit alors :

$$R(x) = -5x^2 + 300x + 140\,000.$$

2° En déduire le montant du loyer à fixer pour obtenir un revenu mensuel maximum.

Quel est alors le revenu mensuel ?

**V/ Géométrie. (6 points)**

On se place dans un repère  $(O ; \vec{i}, \vec{j})$  avec  $A(-1 ; 2)$ ,  $B(2 ; -3)$ ,  $C(2 ; 3)$  et  $D(3 ; -1)$ .

1° Faire une figure que l'on complétera au fur et à mesure.

2° Justifier que les droites  $(AB)$  et  $(CD)$  ont pour équations :

$$(AB) : 5x + 3y - 1 = 0 \quad \text{et} \quad (CD) : 4x + y - 11 = 0.$$

En déduire les coordonnées de leur point d'intersection  $E$ .

3° Déterminer les équations cartésiennes des droites  $(AC)$  et  $(BD)$ .

En déduire les coordonnées de leur point d'intersection  $F$ .

4° Déterminer, par le calcul, les coordonnées du point  $G$  tel  $\overrightarrow{AG} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AD}$

Les points  $E$ ,  $F$ ,  $G$  sont-ils alignés ? Justifier.