La numération Binaire

1. La notation

a. Rappel : Les entiers en base 10 : Le système décimal

En numération décimale, il y a 10 chiffres : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.
La position de chaque chiffre correspond à la puissance de 10 qui lui est associée en partant de la droite. (unités, dizaines, centaines, milliers, …)
Exemple : $2026 = 2 \times 1000 + 0 \times 100 + 2 \times 10 + 6 \times 1 = 2 \times 10^3 + 0 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 6 \times 10^0$.

b. Les entiers en base 2 : le système binaire

En numération binaire, il n'y a que 2 chiffres : 0 et 1.
La position de chaque chiffre correspond à la puissance de 2 qui lui est associée en partant de la droite.
Exemple :
$11111101010_{b2} = 1 \times 2^{10} + 1 \times 2^9 + 1 \times 2^8 + 1 \times 2^7 + 1 \times 2^6 + 1 \times 2^5 + 0\times2^4 + 1\times2^3 + 0\times2^2 + 1\times2^1 + 0\times2^0$
$11111101010_{b2} = 1\times1024 + 1\times512 + 1\times256 + 1\times128 + 1\times64 + 1\times32 + 0\times16 + 1\times8 + 0\times4 + 1\times2 + 0\times1$
$11111101010_{b2} = 2026_{b10}$.
(noté aussi : $\overline{11111101010}^2$ ou $(11111101010)_2$ ou 11111101010b ou 0b11111101010)

2. Les conversions

a. Du binaire ou de l'hexadécimale vers le décimal

Il suffit d'utiliser la définition et d'additionner !

b. Du décimal vers le binaire. Méthode 1.

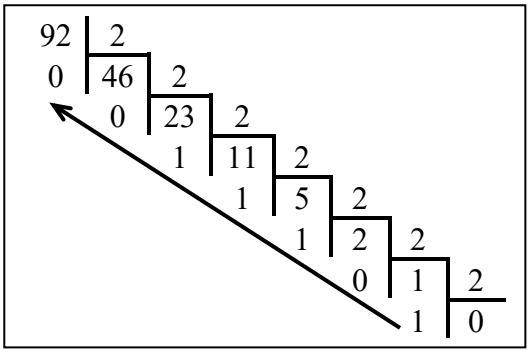
Par soustractions successives : en cherchant à chaque fois quelle est la plus grande puissance de 2 inférieure ou égale au résultat.
Exemple : Comment écrire 105 en base 2 ?
Calcul des premières puissances de 2 : $2^0 = 1$, $2^1 = 2$, $2^2 = 4$, $2^3 = 8$, $2^4 = 16$, $2^5 = 32$, $2^6 = 64$, $2^7 = 128$…

La plus grande puissance de 2 dans 105 est $2^6 = 64$: $105 – 64 = 41$.
La plus grande puissance de 2 dans 41 est $2^5 = 32$: $41 – 32 = 9$.
La plus grande puissance de 2 dans 9 est $2^3 = 8$: $9 = 8 – 1$.

On a donc : $105 = 2^6 + 2^5 + 2^3 + 2^0 = 1\times2^6 + 1\times2^5 + 0\times2^4 + 1\times2^3 + 0\times2^2 + 0\times2^1 + 1\times2^0 = 1101001_{b2}$.

c. Du décimal vers le binaire. Méthode 2.

Par divisions euclidiennes successives, en divisant à chaque fois le résultat par 2 pour le binaire, ou par 16 pour l'hexadécimal, puis en remontant tous les restes obtenus



Exemple : Comment écrire 92 en base 2 ?
$92 = 2\times46 + 0$
$46 = 2\times23 + 0$
$23 = 2\times11 + 1$
$11 = 2\times 5 + 1$
$5 = 2\times 2 + 1$
$2 = 2\times 1 + 0$
$1 = 2\times 0 + 1$
Donc : $92 = 2\times(2\times(2\times(2\times(2\times(2\times 1 + 0) + 1) + 1) + 1) + 0) + 0$
$92 = 1\times2^6 + 0\times2^5 + 1\times2^4 + 1\times2^3 + 1\times2^2 + 0\times2^1 + 0\times2^0 = 1011100_{b2}$.