Lundi 11 décembre 2017 1°S3

DEVOIR de Mathématiques (1h50)

(Calculatrice autorisée)

I/ Fonctions et valeurs absolues. *(5 points)*

1°) Expliquer comment construire les courbes représentatives des fonctions suivantes à partir d'une des courbes du cours :

- (C_1) : $f_1(x) = \sqrt{|x|}$ sur **R**
- (C_2) : $f_2(x) = \sqrt{x+1}-2$ sur $[-1 ; +\infty[$.

Les construire, en pointillés, dans deux repères orthonormés différents.

2°) Soient g et h les fonctions définies par :

- $g(x) = \sqrt{|x+1|}-2$ sur **R**
- $h(x) = \left|\sqrt{x+1}-2\right|$ sur $[-1 ; +\infty[$.

Expliquer comment construire les courbes (C_g) et (C_h) représentatives des fonctions g et h à l'aide des courbes (C_1) et (C_2).
Les construire, en trait plein, dans le repère précédent correspondant.

3°) Sur quel intervalle les courbes (C_g) et (C_h) sont-elles confondues ? Pourquoi ?

II/ Equation et inéquation trigonométriques. *(7 points)*

1°) Résoudre dans **R**, puis dans $]-\pi ; \pi]$ l'équation :

$$\cos(3x) = -\cos x$$

2°) Résoudre dans $]-\pi ; \pi]$ l'inéquation : $2\cos^2 x - \cos x \geq 0$.
(On pourra s'aider du cercle trigonométrique et d'un tableau de signes)

III/ Angles de vecteurs. *(3 points)*

Soient A, B, C, D et E cinq points tels que :

$(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BE}) = \frac{\pi}{3}$, $(\overrightarrow{ED}, \overrightarrow{EB}) = \frac{7\pi}{12}$ et $(\overrightarrow{DE}, \overrightarrow{DC}) = \frac{\pi}{4}$.

1°) Déterminer la mesure principale de l'angle $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD})$.

2°) Que peut-on en déduire ?

IV/ Ensemble de points *(5 points)*

Soit a un réel non nul. On place les points A(a ; 0) et B(0 ; $^4/_a$) sur les axes d'un repère orthonormé.

1°) Déterminer, en fonction de a, les coordonnées du point I milieu de [AB].

2°) Quelle courbe (H) du cours décrit le point I lorsque a décrit l'ensemble $\mathbf{R}^*$?

3°) Déterminer **l'équation réduite** de la droite (AB).

4°) Démontrer que, pour tout $x \neq 0$, on a : $\frac{1}{x} - \left(-\frac{4}{a^2}x + \frac{4}{a}\right) = \frac{(a-2x)^2}{a^2 x}$

5°) En déduire la position relative de la courbe (H) par rapport à la droite (AB) en fonction de x.