

Interrogation de Spécialité Mathématiques (1h)*(Calculatrice autorisée)***Exercice 1** (9 points)

Soit (E) l'équation : $360x + 525y = 60$ où x et y sont des entiers relatifs.

1°) Déterminer PGCD(360 ; 525).

En déduire une simplification de l'équation (E) .

2°) Démontrer que 24 et 35 sont premiers entre eux.

En déduire l'existence d'un couple d'entiers relatifs solution à l'équation (E') : $24x + 35y = 1$.

3°) Déterminer une solution particulière de l'équation (E_1) : $24x + 35y = 4$.

4°) Déterminer tous les couples d'entiers relatifs solutions de l'équation (E) .

Exercice 2 (11 points)

Soit p un nombre premier supérieur ou égal à 7.

Le but de l'exercice est de démontrer que l'entier naturel $n = p^4 - 1$ est divisible par 240.

1°) En raisonnant modulo 3, démontrer que n est divisible par 3.

2°) Justifier que p est impair, en déduire qu'il existe un entier naturel k tel que $p^2 - 1 = 4k(k + 1)$, puis que n est divisible par 16.

3°) En raisonnant modulo 5, démontrer que n est divisible par 5.

4°) Démontrer la propriété suivante :

Soient a , b et c trois entiers naturels.

Si a divise c et que b divise c avec a et b premiers entre eux, alors ab divise c .

5°) Déduire de ce qui précède que 240 divise n .