

**Interrogation de Spécialité Mathématique (55 min)**  
(Calculatrice autorisée)

**Exercice 1** (3 points)

Justifier que  $p = 157$  est un nombre premier.

**Exercice 2** (4 points)

Déterminer tous les couples d'entiers naturels  $(x ; y)$  tels que :  $x^2 - y^2 = 39$ .

**Exercice 3** (5 points)

1°) Soient  $a, b$  et  $c$  trois entiers relatifs.

Démontrer que : si  $a \mid b$  et  $a \mid c$ , alors pour tous entiers relatifs  $n$  et  $p$ ,  $a \mid (nb + pc)$

2°) Soient  $a$  et  $n$  deux entiers naturels tels que :  $a \mid 4n^2 + 1$  et  $a \mid 2n - 3$ .

Quelles sont les valeurs possibles pour  $a$  ?

**Exercice 4** (4 points)

Soit  $n = 294$ .

1°) Ecrire la décomposition en produit de facteurs premier de  $n$ .

2°) a) Combien  $n$  possède-t-il de diviseurs positifs ?

b) En dresser la liste.

**Exercice 5** (4 points)

Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel  $n$ ,  $7 \times 3^{5n} + 4$  est divisible par 11.