Mercredi 26 janvier 2005 — 1ère S_1

DEVOIR de Mathématiques (2h)

(Calculatrice autorisée)

Exercice 1 (3 points)

Dans le plan muni d'un repère orthonormal $(O ; \vec{i}, \vec{j})$ direct on considère les points A et B de coordonnées :
A(-3 ; 3) en coordonnées cartésiennes
B$\left(4 ; -\frac{5\pi}{6}\right)$ en coordonnées polaires

1°) Placer les points A et B (unité graphique : 1 cm).
2°) Déterminer les coordonnées polaires de A.
3°) Déterminer les coordonnées cartésiennes de B.
4°) Déterminer les coordonnées polaires du point J tel que : $\overrightarrow{OJ} = \vec{j}$.

Exercice 2 (3 points)

1°) Simplifier :

$$A = \cos\frac{\pi}{16} + \cos\frac{4\pi}{16} + \cos\frac{7\pi}{16} + \cos\frac{9\pi}{16} + \cos\frac{12\pi}{16} + \cos\frac{17\pi}{16}.$$

2°) Simplifier : $B = \cos\frac{\pi}{16} - \sin\frac{7\pi}{16}$.

3°) Simplifier : $C = \cos\frac{5\pi}{8} + \sin^2\frac{5\pi}{16} + \sin^2\frac{11\pi}{16}$.

Exercice 3 (4 points)

1°) Résoudre dans R, puis dans]-π ; π] l'équation : $2 \sin 3x + 1 = 0$.
Placer les solutions obtenues sur un cercle trigonométrique.

2°) Résoudre dans]-π ; π] l'inéquation : $\sin^2 x \leq \frac{1}{4}$.

Exercice 4 (6 points)

Soit f la fonction définie par : $f(x) = 3x^4 - 2x^3 - 3x^2 + 1$.

1°) Déterminer les limites de f en $+\infty$ et $-\infty$.
2°) Déterminer la fonction dérivée de f.
3°) En déduire les variation de f.
4°) Dresser le tableau de variation complet de f.
5°) D'après le tableau de variation, déterminer le ou les extremum de f.
6°) Déterminer une équation de la tangente T au point d'abscisse -1.
7°) Tracer la courbe représentative de f et la tangente T dans un repère orthonormal (unité graphique 2 cm).

Exercice 5 (4 points)

Soit f la fonction définie par : $f(x) = \dfrac{x^2 - 4}{2x^2 + 3x - 2}$

1°) Déterminer l'ensemble de définition de f.
2°) Après avoir éventuellement simplifié l'écriture de $f(x)$, calculer les limites de f en :

$\frac{1}{2}$, 2, -2, $+\infty$ et $-\infty$.