

**DEVOIR de Mathématiques (2h)**

*(calculatrice non autorisée)*

**I/ Equation**

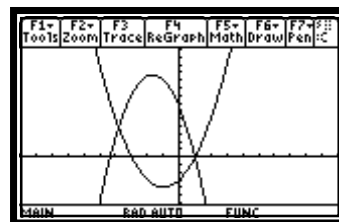
Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation suivante :  $\frac{2}{x} - \frac{x}{x-1} + \frac{2}{x^2-x} = 1$

**II/ Fonctions**

On considère les fonctions numériques  $f$  et  $g$  définies sur  $\mathbb{R}$  par :

$$f(x) = (x + 1)^2 - 4 \quad \text{et} \quad g(x) = \frac{(x-1)^2}{2} - 2(x-1)(x+3).$$

Les courbes représentatives de  $C_f$  et de  $C_g$  fournies par la calculatrice sont données ci-contre.



- 1°) Calculer les images de  $-1$  et  $2$  par  $f$  et  $g$ .
- 2°) Combien de nombres réels semblent avoir la même image par  $f$  et par  $g$  ? En lire des valeurs approchées.
- 3°) Résoudre graphiquement l'inéquation :  $f(x) \geq 0$ . (Utiliser le 1° pour identifier la courbe représentative de la fonction  $f$  sur la copie d'écran)
- 4°) a) Factoriser les expressions  $f(x)$  et  $g(x)$ .  
 b) En déduire les valeurs exactes des solutions du 2°.  
 c) En déduire une résolution algébrique exacte du 3°.

**III/ Géométrie avec coordonnées**

Soient  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  un repère orthonormal du plan dans lequel on place les points :

$$A\left(\frac{4}{3}; 2\right), B\left(\frac{-2}{3}; -1\right) \text{ et } C\left(\frac{13}{3}; -1\right).$$

- 1°) Faire une figure que l'on complétera au fur et à mesure. (unité 1,5 cm)
- 2°) Démontrer que les points A, O et B sont alignés.
- 3°) Déterminer les coordonnées du point D du plan tel que ABCD soit un parallélogramme.
- 4°) Déterminer les coordonnées du point I milieu du segment [BC].
- 5°) Déterminer les coordonnées du point E symétrique de I par rapport à B.
- 6°) Démontrer que les points E, O et D sont alignés.

#### **IV/ Géométrie sans coordonnées.**

*(Contrairement aux apparences, ce problème est entièrement indépendant du précédent)*

Soit un parallélogramme ABCD et les points O, I et E définis par :

$$\vec{AO} = \frac{2}{3} \vec{AB},$$

I milieu de [BC],

E symétrique de I par rapport à B.

1°) Faire une figure.

2°) Exprimer  $\vec{CE}$  en fonction de  $\vec{CB}$ . (Justifier)

3°) Exprimer  $\vec{DO}$  et  $\vec{DE}$  en fonction de  $\vec{CB}$  et de  $\vec{AB}$ .

4°) En déduire que les points E, O et D sont alignés.

#### **V/ Un triangle rectangle.**

Les mesures respectives des trois côtés d'un triangle rectangle sont trois entiers, dont deux consécutifs.

Sachant qu'un des côtés de l'angle droit mesure 7 cm, combien mesurent les deux autres côtés du triangle ?

#### **Barème possible**

**I/ 2,5 points**

**II/ 7 points**

**III/ 4 points**

**IV/ 4,5 points**

**V/ 2 points**