

Interrogation (55 min)
(Calculatrice non autorisée)

Exercice 1 (7 points)

Soit $z = 3 + 2i$ et $z' = 3 - 4i$.

1°) Calculer : $A = \bar{z} + z'$

$$B = z \times z'$$

$$C = \frac{z}{z'}$$

2°) Calculer : $D = |z|$

$$E = |z'|$$

$$F = |z + z'|$$

$$G = |z - z'|$$

3°) Démontrer que, pour tous nombres complexes z et z' , on a :

$$|z + z'|^2 + |z - z'|^2 = 2(|z|^2 + |z'|^2)$$

Exercice 2 (4 points)

On définit la suite de nombres complexes (z_n) par :

$$z_0 = 2i$$

$$z_{n+1} = (1 + i) z_n + 3, \text{ pour tout entier naturel } n.$$

1°) Calculer z_1 et z_2 .

2°) Démontrer que pour tout entier naturel n , on a : $z_n = 3i - i(1 + i)^n$.

Exercice 3 (6 points)

Résoudre dans $\mathbb{C}$ les équations suivantes :

1°) $3z + i = 2 + iz$

2°) $3iz - 2\bar{z} = 5$.

3°) $3z^2 + 2z + 2 = 0$.

Exercice 4 (3 points)

Résoudre dans $\mathbb{C}^2$ le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} iz + 2z' = -5i \\ 2z - z' = 11i \end{cases}$$