

Interrogation (1h30)
Calculatrice autorisée

Exercice 1 (8 points)

Déterminer, en justifiant, les limites suivantes :

$$1^\circ) \lim_{x \rightarrow +\infty} (3 - x) \ln(x)$$

$$2^\circ) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x)}{e^x}$$

$$3^\circ) \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(5x + 1) - \ln(x)$$

$$4^\circ) \lim_{x \rightarrow -\infty} \ln(1 + e^x)$$

$$5^\circ) \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \ln(x) + \ln\left(\frac{1}{x^2}\right)$$

$$6^\circ) \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \frac{\ln(x)}{x^2}$$

Exercice 2 (6 points)

Déterminer, en détaillant, une expression simplifiée des dérivées des fonctions suivantes :

$$1^\circ) f(x) = x^3 \ln(x) \quad \text{sur }]0 ; +\infty[.$$

$$2^\circ) f(x) = \ln(1 + e^{2x}) \quad \text{sur } \mathbf{R}.$$

$$3^\circ) f(x) = \ln\left(\frac{x^4 + 1}{x^2 + 1}\right) \quad \text{sur } \mathbf{R}.$$

$$4^\circ) f(x) = \sqrt{1 - \ln(x)} \quad \text{sur }]0 ; e[.$$

Exercice 3 (6 points)

Résoudre les équations et inéquations suivantes :

$$1^\circ) \ln(x) + \ln(2x + 1) = \ln(10) \quad \text{dans } \mathbf{R}.$$

$$2^\circ) e^{2x} = 3e^x + 4 \quad \text{dans } \mathbf{R}. \quad (\text{On pourra poser : } X = e^x)$$

$$3^\circ) 1 - (0,7)^n > 0,99 \quad \text{dans } \mathbf{N}.$$