Mercredi 19 janvier 2022 — Terminale Spé Maths 6

Devoir (1h50)

Calculatrice autorisée

Exercice 1 *(13 points)*

Partie A

1°) Soit P le polynôme défini sur **R** par : $P(x) = -2x^3 + 3x^2 - 2$.

a) Etudier les variations de P et calculer la limite de P en $-\infty$ (la limite en $+\infty$ n'est pas utile !).
b) Démontrer que l'équation $P(x) = 0$ admet une unique solution α sur **R**.
En donner une valeur approchée à 10^{-1} près.
c) En déduire le signe de $P(x)$ en fonction de x sur **R**.

2°) Soit Q le polynôme défini sur **R** par : $Q(x) = 2x^3 - 6x^2 + 3x + 2$.

a) Calculer $Q(2)$, que peut-on en déduire ?
b) Démontrer qu'on peut écrire, pour tout réel x : $Q(x) = (x-2)(2x^2 - 2x - 1)$.
c) En déduire le signe de $Q(x)$ en fonction de x sur **R**.
(On présentera le résultat dans un tableau de signes)

Partie B

Soit f la fonction définie sur **R** par : $f(x) = (x^3 + 1)\, e^{-2x}$.
On note (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

1°) Déterminer la limite de f en $-\infty$.

2°) a) Démontrer qu'on peut écrire, pour tout réel x : $f(x) = \frac{1}{8} \times \frac{(2x)^3}{e^{2x}} + e^{-2x}$
b) En déduire la limite de f en $+\infty$. Que peut-on en déduire pour la courbe (C_f) ?

3°) Démontrer que la fonction dérivée f' de f a le même signe que le polynôme P.
En déduire les variations de f et dresser son tableau de variations complet.

4°) Démontrer que la fonction dérivée seconde f'' de f a le même signe que le polynôme Q.
En déduire la convexité de f, on précisera les abscisses des points d'inflexion éventuels.

Exercice 2 *(3 points)*

Soient les points A(0 ; –1 ; 1), B(2 ; 1 ; 2), C(1 ; 2 ; 3)et D(3 ; 0 ; –1) dans un repère de l'espace.

Les points A, B, C et D sont-ils coplanaires ?

…/…

<u>Exercice 3</u> *(6 points)*

Soient les droites (d_1), (d_2) et (d_3) trois droites de l'espace dont on donne les systèmes d'équations paramétriques dans un repère de l'espace :

(d_1) : $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 5 + 3t \\ z = 4 + t \end{cases}$, $t \in \mathbf{R}$, (d_2) : $\begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 3 - 6t \\ z = 1 - 2t \end{cases}$, $t \in \mathbf{R}$, (d_3) : $\begin{cases} x = t \\ y = 2 \\ z = 1 + 2t \end{cases}$, $t \in \mathbf{R}$.

1°) Démontrer que (d_1) et (d_2) sont strictement parallèles.

2°) Démontrer que (d_1) et (d_3) sont sécantes en un point I dont on donnera les coordonnées.

3°) Démontrer que (d_2) et (d_3) ne sont ni parallèles, ni sécantes.

4°) Quelles sont les couples de droites coplanaires et les couples de droites non coplanaires parmi ces trois droites ?