

Interro de Spécialité Mathématiques (55 min.)
(Calculatrice autorisée)

⑥

Exercice 1 (4 points)

1°) Recopier et compléter le graphe pour qu'il corresponde au tableau des degrés des sommets ci-dessous :

Sommets	1	2	3	4	5	6
Degrés	1	2	3	2	5	3

④ ⑤
③
① ②

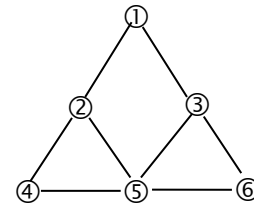
2°) Recopier et compléter le graphe pour qu'il soit associé à

la matrice d'adjacence ci-contre : $M = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

⑤
③ ④
① ②

Exercice 2 (12 points)

Dans tout cet exercice on ne considère que le graphe G ci-contre :



1°) Ecrire le tableau des degrés des sommets du graphe G.

2°) Ecrire la matrice d'adjacence M associé au graphe G.

3°) Le graphe G est-il complet ? Justifier.

4°) Le graphe G est-il connexe ? Justifier.

5°) Le graphe G admet-il une chaîne eulérienne ? Justifier. Dans l'affirmative, en proposer une.

6°) Le graphe G admet-il un cycle eulérien ? Justifier. Dans l'affirmative, en proposer un.

7°) Donner M^2 à l'aide de la calculatrice.

Que signifie le coefficient situé en haut à droite de cette matrice ?

8°) On donne : $M^3 = \begin{pmatrix} 0 & 5 & 5 & 2 & 2 & 2 \\ 5 & 2 & 2 & 4 & 7 & 3 \\ 5 & 2 & 2 & 3 & 7 & 4 \\ 2 & 4 & 3 & 2 & 5 & 2 \\ 2 & 7 & 7 & 5 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 4 & 2 & 5 & 2 \end{pmatrix}$

En utilisant M^3 , combien existe-t-il de chaîne de longueur 3 reliant les sommets ② et ④ ? Justifier. En donner la liste.

Exercice 3 (4 points)

Soient a, b, c trois réels et f la fonction définie sur $\mathbf{R} \setminus \{0\}$ par : $f(x) = ax + b + \frac{c}{x}$.

La courbe (C_f) représentative de f passe par les points $D(1 ; -1)$, $E(-1 ; -1)$ et $F(2 ; 2)$.

1°) Justifier que les réels a, b et c sont les solutions du système :

$$\begin{cases} a + b + c & = & -1 \\ -a + b - c & = & -1 \\ 2a + b + \frac{1}{2}c & = & 2 \end{cases}$$

2°) Ecrire le système précédent à l'aide de matrices.

3°) Résoudre le système et en déduire l'expression de $f(x)$.