

Exercice de Spécialité Mathématiques du Bac Blanc 1
(Calculatrice autorisée)

Exercice 4 (5 points)**Partie A**

On donne les matrices

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 4 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

1°) Déterminer la matrice M^2 .

On admet que :
$$M^3 = \begin{pmatrix} 20 & 10 & 11 \\ 12 & 2 & 9 \\ 42 & 20 & 21 \end{pmatrix}$$

2°) Vérifier à la main et en détaillant vos calculs que : $M^3 = M^2 + 8M + 6I$. (I est la matrice unité)

3°) Calculer à la calculatrice, le produit : $M \times \frac{1}{6} (M^2 - M - 8I)$

Que peut-on en déduire pour la matrice $\frac{1}{6} (M^2 - M - 8I)$?

Partie B

On cherche à déterminer trois nombres entiers a , b et c tels que la courbe représentant la fonction f définie par $f(x) = ax^2 + bx + c$ passe par les points :

$$A(1 ; 1), B(-1 ; -1) \text{ et } C(2 ; 5).$$

1°) Démontrer que le problème revient à chercher trois entiers a , b et c tels que :

$$M \times \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix}$$

2°) Calculer les nombres a , b et c .

3°) Déterminer les variations de la fonction f sur $[-1 ; 2]$

Partie C

Etudier la position de la courbe de f (C_f) représentant la fonction f trouvée dans la **partie B** par rapport à sa tangente au point d'abscisse 1.