Jeudi 30 mars 2017 1°S

<u>DEVOIR de Mathématiques (3h)</u>

(Calculatrice autorisée)

<u>Exercice 1</u> *(3,5 points)*

Une entreprise fabrique et vend chaque jour un nombre x d'objets. Chaque objet est vendu 100 €.

A. Coût de fabrication unitaire

Le coût de production unitaire $U(x)$ exprimant le coût de production par objet produit est :

$$U(x) = x - 10 + \frac{900}{x} \quad \text{pour } x \in \text{I, où I} = [10\ ;\ 100].$$

1°) a) Etudier la fonction U sur I et tracer sa courbe (C) en prenant pour unités 1 cm pour 5 objets et 1 cm pour 10 €.

b) Déterminer pour quelle production le coût unitaire est le plus bas. Déterminer alors le bénéfice de l'entreprise.

2°) Déterminer graphiquement le nombre d'objets que l'on doit fabriquer et vendre pour avoir un coût de production unitaire inférieur ou égal à 80 €.

B. Etude du bénéfice

1°) Montrer que le bénéfice global de l'entreprise est :

$$B(x) = -x^2 + 110x - 900.$$

2°) Déterminer son sens de variation sur I et déterminer la production pour avoir un bénéfice maximal. Quel est ce bénéfice ?

<u>Exercice 2</u> *(3,5 points)*

1°) Le tableau ci-dessous donne les prix en euros du litre d'essence (sans plomb 95) dans les 28 pays de l'Union Européenne en juillet 2014.

1,55	1,39	1,66	1,30	1,45	1,43	1,76	1,48	1,28	1,66
1,54	1,77	1,36	1,57	1,78	1,31	1,33	1,36	1,46	1,84
1,31	1,59	1,31	1,41	1,64	1,52	1,50	1,66		

a) Calculer le prix moyen et l'écart-type de cette série.

b) Déterminer le prix médian, les quartiles, puis illustrer la série par un diagramme en boîte.

2°) On s'intéresse maintenant au prix du gasoil dans les mêmes pays en juillet 2014 et on obtient :

$$\bar{x} = 1{,}39\ ;\ \sigma = 0{,}14\ ;\ \text{Min} = 1{,}19\ ;\ \text{Max} = 1{,}82\ ;$$
$$\text{Me} = 1{,}36\ ;\ Q_1 = 1{,}31\ ;\ Q_3 = 1{,}45.$$

Comparer cette série de prix à la précédente.

3°) Les prix du litre de Super 95 et de gasoil étant respectivement 1,54 € et 1,32 € en France en juillet 2014, étudier comment se positionne la France dans l'ensemble des 28 pays de l'U.E. relativement à chaque carburant.

<u>Exercice 3</u> *(2,5 points)*

On cherche à résoudre dans $[0\ ;\ \pi]$ l'équation (E) :

$$\cos x = \frac{-\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}.$$

1°) Combien de solution(s) l'équation (E) admet-elle ?

2°) Soit θ la solution de (E).

a) Déterminer la valeur de $\cos 2\theta$.

b) Résoudre dans **R** puis dans $[0\ ;\ 2\pi]$ l'équation : $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

c) En déduire les valeurs possibles de 2θ puis la valeur de θ.

Exercice 4 *(3,5 points)*

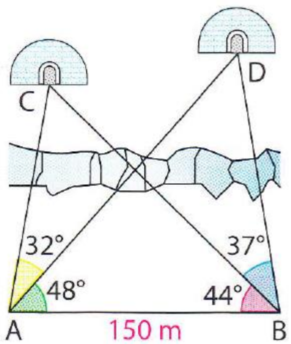
On se place dans un repère orthonormé (O ; $\vec{i}$, $\vec{j}$).

On considère le cercle *C* de centre A(5 ; 3) et de rayon $3\sqrt{2}$.

1°) Déterminer une équation cartésienne de *C*.
2°) Déterminer les coordonnées des points D et E d'intersection de *C* avec l'axe des abscisses.
3°) Déterminer une équation cartésienne des tangentes à *C* aux points D et E.
4°) Déterminer les coordonnées du point F, intersection de ces deux tangentes.
5°) Démontrer que les droites (AF) et (DE) sont perpendiculaires.

Exercice 5 *(3 points)*

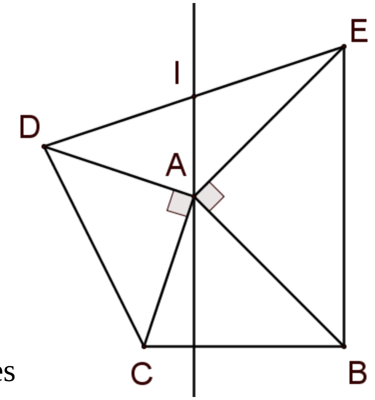
Un explorateur cherche à déterminer la distance entre deux igloos notés C et D. Une crevasse l'empêchant d'y accéder directement, il effectue des mesures d'angles entre deux positions A et B distantes de 150 m comme l'indique le dessin.
Calculer en mètres et arrondir au dixième :



a) AC **b)** AD **c)** CD

Exercice 6 *(4 points)*

Extérieurement à un triangle ABC quelconque, on construit les triangles ABE et ACD isocèles rectangles en A.
I est le milieu de [DE]



1°) a) Justifier que $\widehat{BAC} = \pi - \widehat{EAD}$.
En déduire que : $\overrightarrow{AE}.\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC}.\overrightarrow{AB} = 0$.
b) En déduire que $\overrightarrow{EC}.\overrightarrow{DB} = 0$.
c) Que peut-on en conclure pour les droites (EC) et (BD) ?
2°) a) Montrer que $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AE}.\overrightarrow{AC}$.
b) Justifier que $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AE})$. Calculer $\overrightarrow{AI}.\overrightarrow{BC}$.
c) Que représente la droite (AI) pour le triangle ABC ?