Mercredi 22 février 2017 $1°S_3$

DEVOIR de Mathématiques (1h50)

(Calculatrice autorisée)

Exercice 1 *(3 points)*

Un professeur rend fièrement les copies à sa classe de 25 élèves en annonçant :

« Pour ce devoir, la moyenne est 10,64 et l'écart-type est 3,52 »

Mais le lendemain, un élève vient le voir avec la copie rendue la veille :

« Monsieur, j'ai eu 12/20 sur ma copie, mais sur Scolinfo il est écrit 02/20 ! »

Calculer la vraie moyenne et le vrai écart-type pour ce devoir, une fois la faute de frappe réparée.
(Pour l'écart-type, on donnera une valeur approchée à 10^{-2} près)

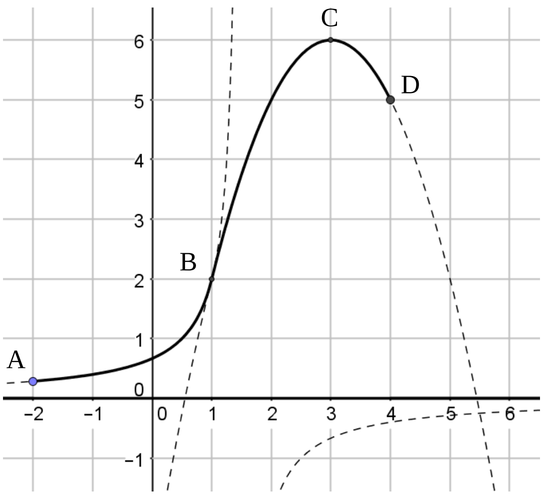
Exercice 2 *(4 points)*

Soit ABCD un parallélogramme tel que AB = 4, AD = 3 et $\widehat{BAD} = 30°$.

Calculer les longueurs exactes des deux diagonales du parallélogrammes : BD et AC.

Exercice 3 *(5 points)*

On souhaite vérifier les propriétés de la courbe ci-contre :



1°) La partie de la courbe entre A et B correspond à une fonction f définie par : $f(x) = \dfrac{-1}{x-a}$ sur [-2 ; 1]

Lire graphiquement les coordonnées de B et en déduire la valeur de a.

2°) La partie de la courbe entre B et D correspond à une parabole de sommet C définie par $g(x)$ sur [1 ; 4].
Déterminer l'expression de $g(x)$.

3°) Soit f la fonction définie par : $f(x) = \dfrac{1}{1{,}5-x}$.

Déterminer $f'(1)$ et en déduire une équation de la tangente à la courbe (C_f) au point d'abscisse 1.

4°) Soit g la fonction définie par : $g(x) = -x^2 + 6x - 3$.
Déterminer $g'(1)$ et en déduire une équation de la tangente à la courbe (C_g) au point d'abscisse 1.

5°) Que remarque-t-on ?

…/…

<u>Exercice 4</u> *(8 points)*

Soient les points A(8 ; –3) et B(–4 ; 1) dans un repère orthonormal.

On note :
- (E) l'ensemble des points M du plan tels que $AM^2 - BM^2 = 80$.
- (F) l'ensemble des points M du plan tels que $AM^2 + BM^2 = 100$.

Le but de l'exercice est de déterminer la nature et les éléments caractéristiques* des ensembles (E) et (F) par deux méthodes différentes.

Partie A – *Méthode analytique*.

1°) Soit M(x, y). Exprimer AM^2 et BM^2 en fonction de x et de y.

2°) a) Ecrire l'équation vérifiée par x et y pour l'ensemble des points M(x, y) de (E).
b) En déduire la nature de l'ensemble (E). On donnera ses éléments caractéristiques*.

3°) a) Ecrire l'équation vérifiée par x et y pour l'ensemble des points M(x, y) de (F).
b) En déduire la nature de l'ensemble (F). On donnera ses éléments caractéristiques*.

Partie B – *Méthode géométrique*.

1°) Soit I le milieu de [AB] et K le point du plan tel que $\overrightarrow{AK} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$.

a) Calculer la longueur AB et on déduire les valeurs de : AI^2, BI^2, AK^2 et BK^2.
b) Les points I et K appartiennent-ils aux ensembles (E) et (F).

2°) a) Montrer que, pour tout point M : $AM^2 - BM^2 = 80 + 2\,\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{KM}$.
b) En déduire la nature de l'ensemble (E).
c) Déterminer les coordonnées de K et confirmer le résultat du **A-2°)**.

3°) a) Montrer que, pour tout point M : $AM^2 + BM^2 = 80 + 2\,IM^2$.
b) En déduire la nature de l'ensemble (F).
c) Déterminer les coordonnées de I et confirmer le résultat du **A-3°)**.

(*) <u>*Remarque*</u> :
Eléments caractéristiques d'une droite : Un point et un vecteur directeur (ou un vecteur normal).
Eléments caractéristiques d'un cercle : Son centre et son rayon (ou un diamètre).