Mercredi 16 septembre 2015 1°S_3

DEVOIR de Mathématiques (1h50)

(Calculatrice autorisée)

I/ Equations. *(5 points)*

1°) Résoudre dans **R** l'équation (E) : $4x^2 + 5x - 6 = 0$.

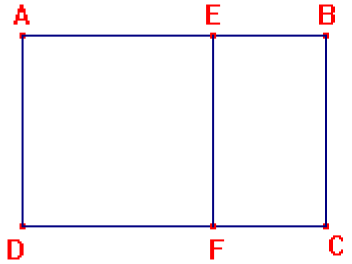
2°) En déduire la résolution dans **R** des équations suivantes :

a) $4x^4 + 5x^2 - 6 = 0$. (utiliser un changement de variable)

b) $4x + 5 = \dfrac{6}{x}$.

c) $\sqrt{7-9x} = 2x - 1$.

II/ Nombre d'or. *(5 points)*



Un rectangle ABCD est dit « rectangle d'or » lorsqu'ayant tracé le carré intérieur AEFD, on a : $\dfrac{AB}{BC} = \dfrac{BC}{EB}$.
Les rapports « longueur sur largeur » sont donc les mêmes dans les deux rectangles. Ce rapport s'appelle le nombre d'or (noté Φ) ; il est supérieur à 1 et son inverse s'appelle la section dorée.

1°) Résoudre dans **R** l'équation (E) : $x^2 - x - 1 = 0$.

2°) En prenant AB = x, avec $x > 1$, et BC = 1, montrer que Φ vérifie l'équation (E).
En déduire la valeur exacte de Φ.

3°) Calculer astucieusement les valeurs exactes de $\dfrac{1}{\Phi}$, $\Phi - \dfrac{1}{\Phi}$ puis $\dfrac{1}{\Phi - 1}$.

4°) EBCF est-il un rectangle d'or ?

…/…

III/ <u>Sans coordonnées.</u> *(6 points)*

Soit un parallélogramme ABCD, avec AB = 6, AC = 8 et BC = 4 (en centimètres)
On note E, F, G et H les points définis par :

$\overrightarrow{AE} = \frac{5}{3}\overrightarrow{AB}$

$\overrightarrow{AF} = \frac{5}{4}\overrightarrow{AD}$

$\overrightarrow{CH} = \frac{2}{3}\overrightarrow{CD}$

G milieu de [BC]

1°) Faire une figure.

2°) Démontrer que $\overrightarrow{GH} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$

3°) Exprimer $\overrightarrow{GE}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$.

4°) En déduire la position de G par rapport à E et H.

5°) Exprimer $\overrightarrow{GF}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$.

6°) Démontrer que les vecteurs $\overrightarrow{GH}$ et $\overrightarrow{GF}$ sont colinéaires.

7°) Que peut-on en conclure pour les points E, F, G, H ?

IV/ <u>Avec coordonnées.</u> *(4 points)*

On se place dans un repère $(O ; \vec{i}, \vec{j})$ avec A(6 ; 0), B(4 ; 4) et C(-1 ; 2)

1°) Faire une figure que l'on complétera au fur et à mesure.

2°) Déterminer les coordonnées du point D tel ABCD soit un parallélogramme.

3°) Déterminer les coordonnées du point I milieu de [AB].

4°) Déterminer les coordonnées du point E tel que : $\overrightarrow{AE} = \frac{2}{5}\overrightarrow{DA}$.

5°) Déterminer les coordonnées du point F tel que : $\overrightarrow{CF} = \frac{3}{5}\overrightarrow{CB}$.

6°) Déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{IE}$ et $\overrightarrow{IF}$.

Que peut-on en déduire pour les points I, E et F ?