

Mercredi 28 janvier 2015

1°S₃

DEVOIR de Mathématiques (1h50)

(Calculatrice autorisée)

Exercice 1 (4 points)

Le service des fraudes a prélevé 200 boîtes de fromage contenant en principe 170 g de fromage dont voici la série statistique $(x_i; n_i)$.
(On donnera les résultats à 10^{-2} près)

x_i : poids (en g)	166	167	167,5	168	169	170,5	171	172	173
n_i : effectif	1	6	12	21	36	48	34	24	18

- 1°) a) Après avoir rappelé les formules, calculer la moyenne \bar{x} , la variance v , et l'écart-type σ de la série statistique.
b) Déterminer la médiane Me et les quartiles Q_1 et Q_3 . (expliquer)
c) Représenter le diagramme en boîte (« boîte à moustache ») de la série statistique $(x_i; n_i)$.

2°) Montrer que plus de 99% de ces boîtes ont un poids compris dans l'intervalle $[\bar{x} - 2\sigma; \bar{x} + 2\sigma]$

Exercice 2 (4 points)

- 1°) Résoudre dans \mathbf{R} puis dans $[0; 2\pi[$: $(\sin x)^2 = \sin x$.
2°) Résoudre dans \mathbf{R} puis dans $]-\pi; \pi]$: $2 \cos^2 x + 9 \cos x + 4 = 0$.

Exercice 3 (4 points)

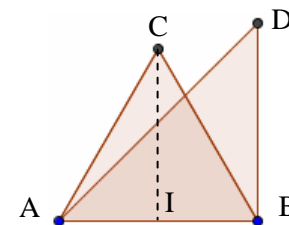
Soit $[AB]$ un segment de longueur 2 et I le milieu de $[AB]$.
On cherche à déterminer l'ensemble (E) des points M du plan tels que :

$$\vec{MA} \cdot \vec{MB} = 5.$$

- 1°) Démontrer que pour tout point M du plan : $\vec{MA} \cdot \vec{MB} = MI^2 - \frac{AB^2}{4}$.
2°) En déduire l'ensemble (E) et le construire.

Exercice 4 (4 points)

Sur la figure ci-contre, ABC est un triangle équilatéral de côté a , ABD est un triangle isocèle rectangle en B et I est le milieu de $[AB]$.



- 1°) a) Calculer $\vec{BA} \cdot \vec{BC}$ en fonction de a .
b) Exprimer IC en fonction de a , en déduire $\vec{BC} \cdot \vec{BD}$ en fonction de a .

- 2°) a) Calculer $\vec{AC} \cdot \vec{AD}$ en fonction de a à l'aide du 1°).
b) Calculer une mesure de l'angle \widehat{CAD} en radians.
c) En écrivant $\vec{AC} \cdot \vec{AD}$ d'une autre façon, en déduire que :

$$\cos\left(\frac{\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4}$$

Exercice 5 (4 points)

Soient les points $A(-1; -4)$, $B(4; 2)$ et $C(-3; 3)$ dans un repère orthonormal.

- 1°) Déterminer une équation de la droite (d_1) :
Médiane issue de B dans le triangle ABC .
2°) Déterminer une équation de la droite (d_2) :
Hauteur issue de C dans le triangle ABC .
3°) Déterminer une équation de la droite (d_3) :
Médiatrice du segment $[BC]$.
4°) Déterminer les coordonnées du point D , intersection de (d_1) et (d_2) .
Les droites (d_1) , (d_2) et (d_3) sont-elles concourantes ?