

Interro de Spécialité Mathématiques (55 min.)
(Calculatrice autorisée)

Exercice 1 (7 points)

Soient les matrices suivantes : $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ $C = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$

Calculer à la main, quand cela est possible, et en détaillant tous les calculs effectués :
(Si le calcul est impossible, expliquez pourquoi)

1°) $M_1 = A + B$

2°) $M_2 = A + C$

3°) $M_3 = 3A$

4°) $M_4 = B \times C$

5°) $M_5 = C \times A$

6°) $M_6 = A^2$

7°) $M_7 = C^2$

Exercice 2 (8 points)

Soient les matrices suivantes : $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & 0 \end{pmatrix}$

Calculer à l'aide de la calculatrice (aucun détail des calculs n'est demandé) :

1°) a) $M = (A + B)^2$
b) $N = A^2 + 2AB + B^2$

2°) a) $M' = (A + B)(A - B)$
b) $N' = A^2 - B^2$

3°) Les identités remarquables vues en classe de 3^{ème} sont-elles valables avec ces matrices ?

4°) A et B étant deux matrices carrées quelconques de même taille, développer :
 $(A + B)^2$ et $(A + B)(A - B)$.

Qu'est-ce qui peut expliquer la remarque faite dans le 3°) ?

Exercice 3 (5 points)

Soient a, b, c trois réels et les matrices suivantes : $A = \begin{pmatrix} a & 1 \\ 2 & b \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 1 & c \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ $C = \begin{pmatrix} 2 & 8 \\ 2 & 9 \end{pmatrix}$

Déterminer a, b et c tels que : $C = A \times B$.