

DEVOIR de Mathématiques (2h)*(Calculatrice autorisée)***Exercice 1** (5 points)

Une étude a été faite sur la longueur des épis d'une certaine variété de maïs.
Sur un échantillon de 210 épis, les résultats suivants ont été obtenus :

Longueur (en mm)	112	114	116	118	120	122	124	126	128	130	132	134	136	138
Nombre d'épis	9	12	15	16	18	22	28	24	21	16	12	8	6	3

- 1°) a) Déterminer la médiane, le 1^{er} quartile et le 3^{ème} quartile de cette série.
b) Tracer le diagramme en boîte de la série.
- 2°) Calculer la moyenne, la variance et l'écart-type de cette série.

Exercice 2 (4 points)

Soient les points A(3 ; -4), B(5 ; 4) et C(-1 ; 2) dans un repère orthonormal.

- 1°) Déterminer une équation de la droite (d_1) :
Médiane issue de B dans le triangle ABC.
- 2°) Déterminer une équation de la droite (d_2) :
Hauteur issue de C dans le triangle ABC.
- 3°) Déterminer une équation de la droite (d_3) :
Médiatrice du segment [BC].
- 4°) Déterminer les coordonnées du point D, intersection de (d_1) et (d_2).
Les droites (d_1), (d_2) et (d_3) sont-elles concourantes ?

Exercice 3 (3 points)

Déterminer les points d'intersection éventuels de la droite (d) et du cercle (C) :

- (d) : $5x + y - 6 = 0$
- (C) : $x^2 + y^2 - 8x + 2y + 4 = 0$.

.../...

Exercice 4 (8 points)

Soient les points $A(-2 ; 1)$ et $B(2 ; 4)$ dans un repère orthonormal.

- On note :
- (E) l'ensemble des points M du plan tels que $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AM} = 10$.
 - (F) l'ensemble des points M du plan tels que $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BM} = 10$.

Le but de l'exercice est de déterminer la nature et les éléments caractéristiques* des ensembles (E) et (F) par deux méthodes différentes.

Partie A – Méthode analytique.

- 1°) a) Ecrire l'équation vérifiée par x et y pour l'ensemble des points $M(x, y)$ de (E) .
b) En déduire la nature de l'ensemble (E) . On donnera ses éléments caractéristiques*.
- 2°) a) Ecrire l'équation vérifiée par x et y pour l'ensemble des points $M(x, y)$ de (F) .
b) En déduire la nature de l'ensemble (F) . On donnera ses éléments caractéristiques*.

Partie B – Méthode géométrique.

1°) Calculer la longueur AB .

2°) Soit K le point du plan tel que $\overrightarrow{AK} = \frac{2}{5} \overrightarrow{AB}$.

- a) Déterminer la valeur de $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AK}$.
b) Montrer que $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AM} = 10$ équivaut à $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{KM} = 0$.
c) En déduire la nature de l'ensemble (E) .
d) Déterminer les coordonnées de K et confirmer le résultat du **A-1°**).

3°) Soit I le milieu de $[AB]$

- a) Déterminer la valeur de $\overrightarrow{AI} \cdot \overrightarrow{BI}$.
b) Montrer que $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BM} = 10$ équivaut à $IM^2 = \frac{65}{4}$.
c) En déduire la nature de l'ensemble (F) .
d) Déterminer les coordonnées de I et confirmer le résultat du **A-2°**).

(*) Remarque :

Eléments caractéristiques d'une droite : Un point et un vecteur directeur (ou un vecteur normal).

Eléments caractéristiques d'un cercle : Son centre et son rayon (ou un diamètre).