

DEVOIR de Mathématiques (1h50)
(Calculatrice autorisée)

I/ Inéquation. (4 points)

Résoudre dans \mathbf{R} l'inéquation : $\frac{6-x}{x+3} \leq \frac{x+2}{x^2+1}$

II/ Equations. (3 points)

Soit m un réel et (E_m) l'équation : $x^2 + 1 = m x$.

1°) Déterminer la valeur de m pour laquelle $x_1 = -2$ est solution de (E_m) , calculer alors l'autre solution de (E_m) dans ce cas.

2°) Déterminer les valeurs de m pour lesquelles (E_m) possède exactement une solution, calculer cette solution dans chacun des cas trouvés.

III/ Problème de robinets. (3 points)

Un réservoir est muni de deux robinets A et B.

Le robinet B met 20 minutes de plus que le robinet A à vider le réservoir.

Quand on ouvre les deux robinets simultanément, le réservoir se vide en 24 minutes.

En combien de temps vide-t-on le réservoir en ouvrant seulement le robinet A ?

Un peu de physique :

Définition : Le débit d'un liquide est égal à : $d = \frac{V}{t}$

où d est le débit (en litres par minute), V est le volume (en litres) et t est le temps (en minutes)

Propriété : Le débit obtenu en ouvrant les deux robinets est égal à la somme des débits de chacun des deux robinets.

.../...

IV/ Centre de gravité. (1,5 points)

Soit ABC un triangle. On note A' le milieu de [BC], B' le milieu de [AC], C' le milieu de [AB] et G le centre de gravité du triangle ABC.

Sachant que $\vec{AG} = \frac{2}{3} \vec{AA'}$, démontrer que : $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}$.

V/ Droite de Newton. (8,5 points)

On se place dans un repère $(O ; \vec{i}, \vec{j})$ avec A(-1 ; 1), B(2 ; -1), C(5 ; -1) et D(3 ; 3).

1°) Faire une figure que l'on complétera tout au long de l'exercice.

2°) Le quadrilatère ABCD est-il un parallélogramme ? Justifier.

3°) Déterminer une équation des droites (AB) et (DC).

En déduire les coordonnées du point E, intersection des droites (AB) et (DC).

4°) Déterminer une équation des droites (AD) et (BC).

En déduire les coordonnées du point F, intersection des droites (AD) et (BC).

5°) Déterminer les coordonnées du point K milieu de [EF].

Les points B, D et K sont-ils alignés ? Justifier.

6°) Déterminer les coordonnées des points I milieu de [AC] et J milieu de [BD].

Les points I, J et K sont-ils alignés ? Justifier.