

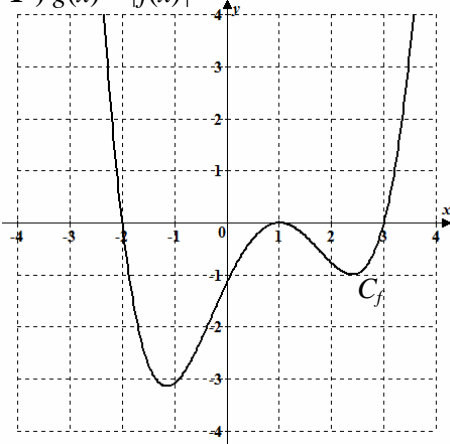
DEVOIR de Mathématiques (1h50)

(Calculatrice autorisée)

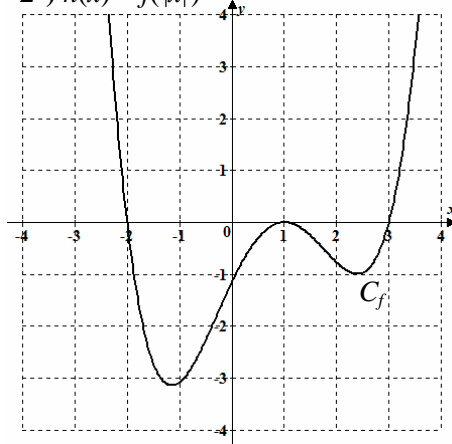
Exercice 1 (2 points)

Tracer en couleur et directement sur l'énoncé, sans justification, les courbes représentatives des fonctions g et h .

1°) $g(x) = |f(x)|$



2°) $h(x) = f(|x|)$



Exercice 2 (4 points)

Soit f , g et h les fonctions définies par :

$$f(x) = \frac{1}{x-1} \text{ sur } \mathbf{R} \setminus \{1\}, g(x) = -\frac{1}{x} \text{ sur } \mathbf{R} \setminus \{0\}, h = f + g \text{ sur } \mathbf{R} \setminus \{0; 1\}.$$

1°) Tracer, en justifiant, le tableau de variations des fonctions f et g .

(On ne demande pas le tracé des courbes)

2°) Peut-on connaître les variations de h ? Justifier.

3°) a) Montrer que l'on peut écrire h sous la forme : $h(x) = \frac{1}{P(x)}$

où P est un polynôme que l'on précisera.

b) Déterminer les variations de la fonction P définie par : $P(x) = x^2 - x$.

c) En déduire les variations de h .

Exercice 3 (8 points)

Partie A

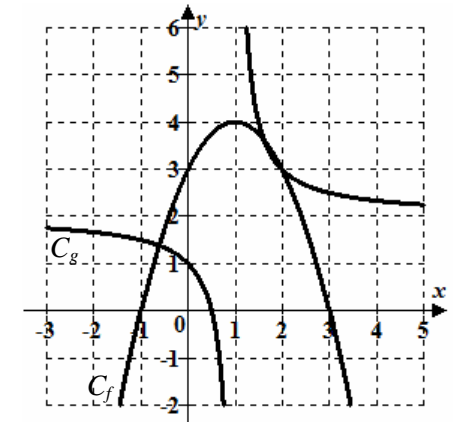
Soit $P(x) = x^3 - 3x^2 + x + 2$.

1°) Calculer $P(2)$.

2°) En déduire une factorisation de $P(x)$

de la forme : $P(x) = (x - \alpha) \times Q(x)$.

3°) Résoudre l'équation $P(x) = 0$.



Partie B

On a tracé ci-dessus les courbes représentatives de deux fonctions f et g .

1°) Quelles fonctions de références ont servi de points de départ au tracé des courbes C_f et C_g ?

2°) En déduire, en justifiant, les expressions de $f(x)$ et $g(x)$ en fonction de x .

3°) Déterminer une valeur approchée des solutions de l'équation $f(x) = g(x)$.

Partie C

1°) Utiliser les résultats de la **partie A** pour résoudre l'équation :

$$\frac{2x-1}{x-1} = -x^2 + 2x + 3$$

2°) Expliquer le lien et comparer les réponses aux questions **B-3°)** et **C-1°)**.

Exercice 4 (6 points)

1°) Résoudre dans \mathbf{R} puis dans $]-\pi; \pi]$ l'équation : $\sin(4x) = -\frac{1}{2}$

2°) Résoudre dans $]-\pi; \pi]$ l'inéquation : $2 \leq 4 \cos^2(x) \leq 3$.