Octobre 2011 $T°S_4$

**_Interrogation de Mathématiques (55 min)_**

*(Calculatrice autorisée)*

**I/ <u>Suite géométrique</u>** *(7 points)*

Soit $v$ une suite géométrique de raison $q$, de premier terme $v_0$ telle que : $v_3 = 18$ et $v_5 = 162$.

**1°)** Calculer la raison $q$ et le premier terme $v_0$ de la suite $v$.
**2°)** Calculer $v_8$.
**3°)** Déterminer la monotonie et la convergence éventuelle de la suite $v$.

**II/ <u>Suite arithmético-géométrique</u>** *(7 points)*

Soit $u$ la suite définie par :

- $u_0 = 8$
- $u_{n+1} = -\frac{1}{4} u_n + 5$, pour tout $n \in \mathbf{N}$.

**1°)** Soit $v$ la suite définie par : $v_n = u_n - a$, pour tout $n \in \mathbf{N}$.
Déterminer la valeur de $a$ pour que la suite $v$ soit géométrique.
Quelle est alors sa raison et son premier terme ?

*Dans la suite de l'exercice, on pose : $a = 4$.*

**2°)** Pour tout $n \in \mathbf{N}$, exprimer $v_n$, puis $u_n$, en fonction de $n$.
**3°)** En déduire la convergence éventuelle de la suite $u$.
**4°)** Pour tout $n \in \mathbf{N}$, on pose : $S_n = u_0 + u_1 + \ldots + u_n$.

a) Pour tout $n \in \mathbf{N}$, exprimer $S_n$ en fonction de $n$.
b) En déduire la convergence éventuelle de la suite $S$.

**III/ <u>Nombres complexes</u>** *(6 points)*

On note : $P(z) = z^3 + (2 - 2i)z^2 + (5 - 4i)z - 10i$, où $z \in \mathbf{C}$.

**1°)** Calculer $P(-1)$ et $P(i)$.
**2°)** Déterminer l'unique racine imaginaire pure de $P$.
**3°)** Déterminer $a$, $b$ et $c$ tels que, pour tout $z \in \mathbf{C}$, $P(z) = (z - 2i)(az^2 + bz + c)$.
**4°)** Résoudre dans $\mathbf{C}$ l'équation : $P(z) = 0$.