Mardi 5 avril 2011 Term S

<u>Interrogation de Spécialité Mathématiques (1h)</u>

(Calculatrice autorisée)

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct (O ; $\vec{u},\vec{v}$).

On considère la similitude indirecte f d'écriture complexe : $z' = (1 + i\sqrt{3})\,\bar{z}$

où $\bar{z}$ désigne le conjugué de z.

Soient les points A et B d'affixes respectives $z_A = \sqrt{6} + i\sqrt{2}$ et $z_B = -\sqrt{2} + i\sqrt{6}$.

On note A′ et B′ les images respectives des points A et B par f.

La figure fournie avec le sujet, sera complétée et rendue avec la copie.
Les différentes constructions seront faites à la règle et au compas, et les traits de construction devront apparaître clairement.

1. a. Écrire les affixes des points A et B sous forme exponentielle.
b. Montrer que le triangle OAB est rectangle isocèle direct.
c. En déduire la nature du triangle OA′B′.
d. Montrer que l'affixe $z_{A'}$ de A′ vérifie l'égalité : $z_{A'} = 2\, z_A$.
En déduire la construction de A′ et B′.

2. On note r la rotation de centre O et d'angle de mesure $\dfrac{\pi}{3}$, et s la symétrie orthogonale d'axe (O ; $\vec{u}$). On pose $g = r \circ s$.
a. Déterminer l'écriture complexe de la transformation g.
b. Montrer que les points O et A sont invariants par g.
c. En déduire la nature de la transformation g.
3. a. Montrer que l'on peut écrire $f = h \circ g$, où h est une homothétie de centre et de rapport à déterminer.
b. Sur la figure placée **sur le sujet**, un point C est placé. Faire la construction de l'image C′ de C par la