Mardi 2 octobre 2007 **Term S_1**

DEVOIR de Mathématiques (2 h.)

(Calculatrice autorisée)

I/ Équation trigonométrique. *(4 points)*

Soit la fonction *f* définie sur **R** par : $f(x) = \frac{1}{8}\cos 4x + \frac{1}{2}\cos 2x + \frac{3}{8}$

1°) Exprimer $f(x)$ en fonction de $\cos x$ uniquement.

2°) Résoudre sur]-π ; π] : $f(x) = \frac{3}{4}\cos^2 x$.

II/ Fonction trigonométrique. *(7 points)*

Soit la fonction *f* définie sur **R** par : $f(x) = (\cos 2x + 2).\sin x$.

1°) Déterminer la parité de *f* et montrer que *f* est périodique de période 2π.
En déduire un intervalle d'étude approprié.

2°) Vérifier que : $f'(x) = (3 - 6.\sin^2 x).\cos x$
en déduire les variations de *f* sur l'intervalle d'étude considéré.

3°) Déterminer une équation de la tangente à la courbe C_f représentative de *f* au point d'abscisse $\frac{\pi}{3}$.

4°) Tracer la courbe C_f représentative de *f* sur l'intervalle [-2π ;2π] dans un repère orthogonal.

III/ Dérivabilité. *(2,5 points)*

Soit la fonction *f* définie par : $f(x) = |x+1|(x^2 + x)$

1°) Déterminer l'expression de $f(x)$ sur chacun des intervalles]-∞ ; -1[et [-1 ; ∞[.

2°) Étudier la dérivabilité de *f* en -1.

IV/ Équation complexe. *(4 points)*

A tout complexe *z* on associe le complexe : $P(z) = 2z^2 + z + 5\bar{z}$.

1°) Calculer $P(1 + i)$.

2°) Démontrer que si $z = x + iy$ avec $x \in \mathbf{R}$ et $y \in \mathbf{R}$

alors l'équation $P(z) = 0$ équivaut au système : $\begin{cases} x(x+3) - y^2 = 0 \\ (x-1)y = 0 \end{cases}$

3°) En déduire la résolution dans **C** de l'équation $P(z) = 0$.

V/ Système complexe. *(2,5 points)*

Résoudre le système suivant : $\begin{cases} 3z_1 - i\,z_2 = -i \\ 2i\,z_1 + z_2 = i \end{cases}$