

**Devoir de Mathématiques (2h)***(Calculatrice autorisée)***I/ Trigonométrie.** (9 points)

1°) Résoudre sur  $]-\pi ; \pi]$  :  $\tan x = \sin 2x$ .

2°) Résoudre sur  $]-\pi ; \pi]$  :  $2 \cos 2x = 4 \cos x + 1$ .

3°) Résoudre sur  $]-\pi ; \pi]$  :  $\sqrt{2} \leq 2 \sin x \leq \sqrt{3}$ .

4°) Déterminer la valeur de :  $A = \cos \frac{\pi}{7} + \sin \frac{2\pi}{7} + \cos \frac{3\pi}{7} + \cos \frac{6\pi}{7} + \sin \frac{9\pi}{7} + \cos \frac{10\pi}{7}$

5°) Simplifier :  $B = \sin^2(a + b) + \cos^2(a - b) - \sin 2a \times \sin 2b$ .

**II/ Etude de fonction.** (11 points)

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbf{R} \setminus \{-2 ; 2\}$  par :  $f(x) = \frac{(x-1)^2}{x^2 - 4}$   
 et  $C_f$  sa courbe représentative.

1°) Déterminer les limites de  $f$  aux bornes de son ensemble de définition.2°) En déduire toutes les asymptotes à sa courbe représentative  $C_f$ .3°) Déterminer l'expression de  $f'(x)$  et en déduire les variations de  $f$ .4°) Tracer la courbe  $C_f$  dans un repère orthogonal  $(O ; \vec{i}, \vec{j})$ .

(Unités graphiques : 1 cm en abscisses et 2 cm en ordonnées)

5°) Déterminer graphiquement, suivant les valeurs de  $\lambda$ , le nombre de solutions de l'équation  $f(x) = \lambda$ .6°) Vérifier le résultat précédent par le calcul pour  $\lambda = 1$  et pour  $\lambda = 2$ .