

Vendredi 20 janvier 2006

1^{ère} S₁

DEVOIR de Mathématiques (2h)
(Calculatrice non autorisée)

Exercice 1 (3 points)

Dans le plan muni d'un repère orthonormal $(O ; \overset{1}{i}, \overset{1}{j})$ direct on considère les points A, B, C et D de coordonnées :

A(1 ; $\sqrt{3}$) en coordonnées cartésiennes

B(-4 ; 4) en coordonnées cartésiennes

C(6 ; $-\frac{2\pi}{3}$) en coordonnées polaires

D(2 ; π) en coordonnées polaires

1°) Placer les points A, B, C et D (unité graphique : 1 cm).

2°) Déterminer les coordonnées polaires de A et B.

3°) Déterminer les coordonnées cartésiennes de C et D.

Exercice 2 (3 points)

En remarquant que $\frac{\pi}{12} = \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4}$, calculer :

$\cos \frac{\pi}{12}$, $\sin \frac{\pi}{12}$ puis en déduire $\cos \frac{11\pi}{12}$, $\sin \frac{11\pi}{12}$, $\cos \frac{5\pi}{12}$ et $\sin \frac{5\pi}{12}$.

Exercice 3 (3 points)

1°) Résoudre dans \mathbf{R} , puis dans $]-\pi ; \pi]$ l'équation : $2 \sin 2x = \sqrt{3}$.
Placer les solutions obtenues sur un cercle trigonométrique.

2°) Résoudre dans $]-\pi ; \pi]$ l'inéquation : $\sqrt{2} \leq 2 \cos x \leq \sqrt{3}$.

.../...

Exercice 4 (2,5 points)

Calculer les fonctions dérivées des fonctions suivantes sur les intervalles indiqués :

$$f(x) = x^3 + \frac{1}{x^2} + \sqrt{3} \text{ sur } \mathbf{R}^*$$

$$g(x) = (1 - 2x)^4 \text{ sur } \mathbf{R}$$

$$h(x) = \cos 2x \text{ sur } \mathbf{R}$$

Exercice 5 (4 points)

Soit f la fonction définie sur $[0 ; +\infty[$ par : $f(x) = x^2 \sqrt{x}$.

1°) Sur quel intervalle peut-on utiliser les formules du cours pour calculer la fonction dérivée f' de f ? Ecrire $f'(x)$ sur cet intervalle. (simplifier l'expression obtenue)

2°) En utilisant la définition du nombre dérivé en un point, étudier la dérivabilité de f en 0.
Que peut-on en conclure ?

3°) Vérifier que $f'(4) = 20$ et en déduire une approximation affine de $f(4 + h)$ pour h proche de 0.
Donner une valeur approchée de $f(4,01)$.

Exercice 6 (4,5 points)

Soit f la fonction définie sur \mathbf{R} par : $f(x) = \frac{3x^4}{x^2 + 1}$.

1°) Etudier la parité de f .

2°) Justifier sur quel ensemble f est dérivable et déterminer sa fonction dérivée.

3°) En déduire les variations de f .

4°) Déterminer une équation de la tangente T à la courbe (C_f) au point d'abscisse 1.