

Mardi 18 octobre 2005

1°S₁

DEVOIR de Mathématiques (2h)
 (Calculatrice autorisée)

I/ Composées. (8 points)

Soient f la fonction définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = -(x-2)^2$
 et g la fonction définie sur $[-4 ; +\infty[$ par : $g(x) = \sqrt{x+4} + 1$

1°) Justifier, en utilisant les fonctions de références, que leurs tableaux de variations respectifs sont :

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	0	$-\infty$

x	-4	$+\infty$
$g(x)$	1	$+\infty$

2°) Déterminer le ou les antécédents de -4 par f , ainsi que le ou les antécédents de 2 par g .

3°) Déterminer, en justifiant, les ensembles de définition des fonctions $f \circ g$ et $g \circ f$.

4°) Déterminer, à partir des variations des fonctions f et g , les variations de la fonction $f \circ g$ sur chacun des intervalles suivants : $I_1 = [-4 ; -3]$ et $I_2 = [-3 ; +\infty[$.

Dresser le tableau de variations complet de la fonction $f \circ g$.

5°) Déterminer, à partir des variations des fonctions f et g , les variations de la fonction $g \circ f$ sur chacun des intervalles suivants : $I'_1 = [0 ; 2]$ et $I'_2 = [2 ; 4]$.

Dresser le tableau de variations complet de la fonction $g \circ f$.

II/ Systèmes. (4 points)

1°) Résoudre dans \mathbb{R}^2 le système d'équation suivant:

$$\begin{cases} \frac{2}{x^2+1} + \sqrt{y} = 3 \\ \frac{6}{x^2+1} - 5\sqrt{y} = -7 \end{cases}$$

2°) Résoudre dans \mathbb{R}^3 le système d'équation suivant:

$$\begin{cases} x+2y+3z=0 \\ 2x+3y+z=-3 \\ x-y-2z=1 \end{cases}$$

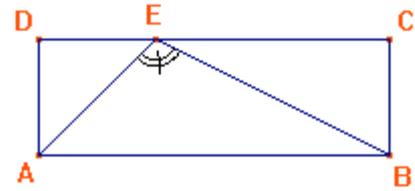
.../...

III/ Produit scalaire et angle. (4 points)

Soit ABCD un rectangle tel que $BC = a$ et $AB = 3BC$.

On note E le point de [CD] tel que $DE = a$.

Le but de l'exercice est de calculer $\overrightarrow{EA} \cdot \overrightarrow{EB}$ pour en déduire une valeur approchée de l'angle \widehat{AEB} .



1°) c) Déterminer, en fonction de a , les coordonnées des points A, B, C, D et E dans le repère orthonormal $(A ; \overset{\uparrow}{i}, \overset{\uparrow}{j})$ avec $\overrightarrow{AB} = 3a \overset{\uparrow}{i}$ et $\overrightarrow{AD} = a \overset{\uparrow}{j}$.

b) En déduire une expression de $\overrightarrow{EA} \cdot \overrightarrow{EB}$ en fonction de a .

2°) a) Exprimer les longueurs EA et EB en fonction de a .

b) En déduire une expression de $\overrightarrow{EA} \cdot \overrightarrow{EB}$ en fonction de a de \widehat{AEB} .

3°) Déduire des question précédentes une valeur approchée de \widehat{AEB} en degré à 10^{-1} près .

IV/ Orthocentre. (4 points)

Dans un repère orthonormal $(O ; \overset{\uparrow}{i}, \overset{\uparrow}{j})$ (unité graphique : 1 cm), on note :

Les points A(-1 ; 4), B(-3 ; 2) et C(5 ; 0).

1°) Faire une figure et placer l'orthocentre du triangle ABC.

2°) Déterminer les équations cartésiennes de deux hauteurs du triangle ABC et en déduire les coordonnées de l'orthocentre de ce triangle.

- Il sera tenu compte de la présentation et de la rédaction de la copie -