Mercredi 6 avril 2005 — 1ère S_1

DEVOIR de Mathématiques (2h)

(Calculatrice autorisée)

Exercice 1 *(2 points)*

Résoudre dans R, puis dans]-π ; π] l'équation : $2 \sin 3x + 1 = 0$.

Exercice 2 *(6 points)*

Soit u la suite définie par : $u_0 = 9$ et $u_{n+1} = 5 - \frac{2}{3}u_n$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

1°) Tracer dans un repère orthonormal (unité graphique : 1 cm) les droites D et Δ d'équations respectives : $y = -\frac{2}{3}x + 5$ et $y = x$. En déduire une construction des 5 premiers termes de la suite u (Expliquer cette construction)

2°) Soit v la suite définie par : $v_n = u_n - 3$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

a) Exprimer pour tout entier n, v_{n+1} en fonction de v_n.
b) En déduire que v est une suite géométrique dont on donnera la raison et le premier terme.
c) Déterminer une expression de v_n en fonction de n et en déduire une expression de u_n en fonction de n.
d) Justifier que la suite v est convergente et en déduire la convergence de la suite u.

Exercice 3 *(5 points)*

Soit u la suite définie par : $u_0 = \frac{1}{2}$ et $u_{n+1} = \frac{2u_n}{2+7u_n}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

1°) Démontrer que la suite u n'est ni arithmétique, ni géométrique.

2°) On admet que pour tout entier n, u_n est non nul et on définit la suite v par :

$$v_n = \frac{2-u_n}{u_n} \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}.$$

a) Exprimer pour tout entier n, v_{n+1} en fonction de v_n.
b) En déduire que v est une suite arithmétique dont on donnera la raison et le premier terme.
c) Exprimer v_n puis u_n en fonction de n.
d) Quelle est la limite de la suite v ? En déduire la limite de la suite u.

…/…

<u>Exercice 4</u> *(2 points)*

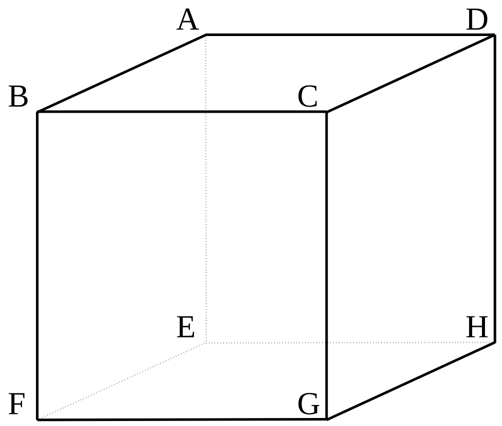
L'espace est muni d'un repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

1°) Les points A(1 ; –2 ; 3), B(1 ; 2 ; –1) et C(1 ; 1 ; 0) sont-ils alignés ? (Justifier)

2°) Les points A(1 ; 0 ; 2), B(1 ; 1 ; 0), C(0 ; –1 ; 1) et D(2 ; 3 ; –1) sont-ils coplanaires ? (Justifier)

<u>Exercice 5</u> *(5 points)*

Soit un cube ABCDEFGH.



1°) a) Démontrer que (FG) est perpendiculaire au plan (CGH).
b) Démontrer que (CH) est perpendiculaire au plan (AFG).
c) Que peut-on en déduire pour les droites (AG) et (CH) ?

2°) Soit I le milieu de [BC] et J le milieu de [CD].
Justifier que les droites (FI) et (HJ) sont sécantes en un point K.

3°) Déterminer l'intersection de la droite (AG) avec le plan (IJK).
(Justifier la construction)