Mercredi 9 mars 2005 — $1^{ère}$ S

DEVOIR de Mathématiques (2h)

(Calculatrice autorisée)

Exercice 1 *(5 points)*

Aux cadres d'une entreprise, il est posé la question suivante : « Quel a été votre temps réel de travail la semaine précédant le sondage ? »

Temps (en h)	38	39	40	41	43	44	45	46	47	48	49	50	52	53	55	57	59	60
Fréquence (en %)	2	2	4	5	12	11	14	13	12	7	6	5	2	1	1	1	1	1

1°) Déterminer la moyenne et l'écart type de la série des temps.

2°) Déterminer les quartiles et la médiane puis construire le diagramme en boîte (boîte à moustaches) de la série.

3°) On se propose maintenant de refaire les calculs de moyenne et d'écart type en effectuant un découpage en classes.

a) Refaire un tableau en calculant les fréquences pour le découpage en classes suivant : [35 ; 40[, [40 ; 45[, [45 ; 50[, [50 ; 55[, [55 ; 60[et [60 ; 65[.

b) Calculer la moyenne et l'écart type de la nouvelle série des temps et les comparer aux valeurs obtenues dans le 1°).

Exercice 2 *(3,5 points*

On considère un générateur de force électromotrice E et de résistance interne r qui débite sur un résistor de résistance R variable. On désigne par P la puissance dépensée dans le résistor. On sait que si I désigne l'intensité du courant, on a :

$$E = (R + r)I \quad \text{et} \quad P = RI^2.$$

Les résistances R et r sont exprimées en Ohms.
On a $r = 0{,}5\ \Omega$ et l'on désigne par x la valeur de R.
E est exprimée en volts et $E = 3$ V.
P est exprimée en watts et I en ampères.

1°) Montrer que $P(x) =$.

2°) Etudier les variations de P sur $[0 ; +\infty[$.

3°) Montrer que la puissance P dépensée dans le résistor est maximale pour une valeur R que l'on précisera.

…/…

Exercice 3 *(5,5 points*

Soit f la fonction définie sur $]1\ ;+\infty[$ par :

1°) Etudier les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.
En déduire que la courbe C_f représentative de f admet une asymptote verticale dont on donnera une équation.

2°) a) Vérifier que pour tout x de $]1\ ;+\infty[$, .

Peut-on en déduire que la droite d'équation $y = -3x$ est une asymptote oblique à C_f ? Justifier.

b) Déterminer les réels a, b et c tels que, pour tout x de $]1\ ;+\infty[$,

En déduire que C_f admet, au voisinage de $+\infty$, une asymptote oblique (Δ) dont on donnera une équation.
c) Etudier suivant les valeurs de x, la position de C_f par rapport à (Δ).
(Le tracé de la courbe C_f n'est pas demandé)

Exercice 4 *(6 points*

1°) Résoudre dans $[0\ ;\pi]$ l'inéquation : $2\cos x - 1 \geq 0$.

2°) Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = (1 - \cos x) \cos x + 1$.

a) Etudier la parité de f et montrer que la fonction est périodique de période 2π. En déduire qu'il suffit de l'étudier sur $[0\ ;\pi]$.
b) Montrer que $f'(x) = (2\cos x - 1) \sin x$.
En déduire le signe de f' puis le sens de variation de f sur $[0\ ;\pi]$.
c) Dresser le tableau de variation de f sur $[0\ ;\pi]$.
d) Tracer la courbe C_f représentative de f dans un repère orthogonal (unités : et) puis la compléter sur $[-\pi\ ;3\pi]$ en expliquant la construction.