Lundi 10 janvier 2005 $1^{\text{ère}}$ $S_{1\text{-}2\text{-}3}$

DEVOIR de MATHEMATIQUES (3h)

(Calculatrice autorisée)

Exercice 1 (3 points)

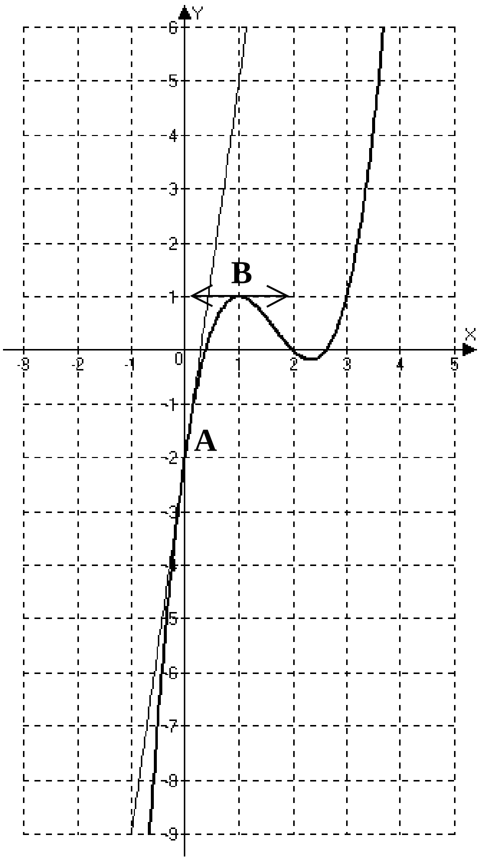
Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation suivante : $\dfrac{1}{x^2+3x+2} \leq \dfrac{3(x+4)}{x+1} - \dfrac{2}{x+2}$

Exercice 2 (6 points)

On a tracé ci-contre la représentation graphique C d'une fonction polynôme du troisième degré définie par :

$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$,

où a, b, c et d sont des constantes réelles.



1°) Lire graphiquement les coordonnées des points A et B de la courbe C.

2°) Lire graphiquement le coefficient directeur des tangentes à la courbe C aux points d'abscisses A et B.

3°) Déterminer l'expression de la fonction dérivée de f.

4°) En déduire un système d'équation vérifié par les réels a, b, c et d.

5°) En déduire que $f(x) = x^3 - 5x^2 + 7x - 2$.

6°) Déterminer une équation de la tangente T à C au point d'abscisse 0 et la position de C par rapport à cette tangente.

7°) Existe-t-il un autre point de la courbe C où la tangente est parallèle à la droite T ?

Exercice 3 (3,5 points)

Soit ABC un triangle quelconque, on note : $a = BC$, $b = AC$, $c = AB$, $\hat{A} = \widehat{BAC}$, $\hat{B} = \widehat{ABC}$, $\hat{C} = \widehat{BCA}$.

1°) Démontrer que : $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA}.\overrightarrow{CB} = a^2$.

2°) En déduire que : $a = c \times \cos \hat{B} + b \times \cos \hat{C}$.

3°) Exprimer c et b en fonction de a, $\sin \hat{A}$, $\sin \hat{B}$ et $\sin \hat{C}$.

4°) En déduire que : $\sin \hat{A} = \sin \hat{B} \times \cos \hat{C} + \sin \hat{C} \times \cos \hat{B}$.

5°) En déduire une nouvelle démonstration de la formule d'addition donnant $\sin(\hat{B} + \hat{C})$.

…/…

Exercice 4 (7,5 points)

On veut construire un triangle FGH avec FG = 8, GH = 9 et $\widehat{GFH} = 45°$.

Partie A

1°) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation (E) : $x^2 - 8\sqrt{2}\,x - 17 = 0$.

2°) Déterminer la longueur FH.

Partie B

On veut vérifier le résultat de la partie A en se plaçant dans un repère orthonormal.
Soient F(-5 ; -2), G(3 ; -2) et I(-3 ; 0) dans un repère orthonormal $(O ; \vec{i}, \vec{j})$.

1°) Calculer FG.

2°) Calculer $\widehat{GFI}$.

3°) Déterminer une équation de la droite (FI).

4°) Déterminer une équation du cercle *C* de centre G et de rayon 9.

5°) Justifier qu'un des points d'intersection de (FI) et de *C* est un point H solution au problème posé au début de cet exercice.

6°) Déterminer les coordonnées des points d'intersection de (FI) et de *C*.
En utilisant la figure et les résultats précédents, en déduire les coordonnées du point H.

7°) Calculer FH^2 et vérifier le résultat de la partie A.