Jeudi 4 novembre 2004 1°S_1

DEVOIR de Mathématiques (2h)

(Calculatrice interdite)

I/ Composées. *(6 points)*

Soient f la fonction définie sur R par : $f(x) = x^2 - 4x + 2$
et g la fonction définie sur [-3 ; +∞[par : $g(x) = \sqrt{x+3} + 1$

1°) Justifier, en utilisant la forme canonique de $f(x)$ et les fonctions de références, que leurs tableaux de variations respectifs sont :

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	↘	-2	↗	$+\infty$

x	-3		$+\infty$
$g(x)$	1	↗	$+\infty$

2°) Déterminer, en justifiant, les ensembles de définition des fonctions $f \circ g$ et $g \circ f$.

3°) Déterminer le ou les antécédents de 2 par g.

4°) Déterminer, à partir des variations des fonctions f et g, les variations de la fonction $f \circ g$ sur chacun des intervalles suivants : $I_1 = [-3 ; -2]$ et $I_2 = [-2 ; +\infty[$.
Dresser son tableau de variations complet.

5°) Déterminer, à partir des variations des fonctions f et g, les variations de la fonction $g \circ f$ sur chacun des intervalles suivants : $I'_1 =]-\infty ; 2]$ et $I'_2 = [2 ; +\infty[$.
Dresser son tableau de variations complet.

II/ Systèmes. *(4 points)*

1°) Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ le système d'équation suivant:

$$\begin{cases} \dfrac{2}{x^2+1} + \sqrt{y} = 3 \\ \dfrac{6}{x^2+1} - 5\sqrt{y} = -7 \end{cases}$$

2°) Résoudre dans $\mathbb{R}^3$ le système d'équation suivant:

$$\begin{cases} x + 2y + z = 2 \\ 2x + 3y - 2z = 1 \\ 3x + 4y + 5z = 5 \end{cases}$$

…/…

III/ <u>Equations cartésiennes.</u> *(7 points)*

Soient A(2 ; -1), B(8 ; -3), C(3 ; 2) et D(9 ; 0) quatre points du plan muni d'un repère orthonormal (O ; $\vec{i}$, $\vec{j}$) et soit (C) le cercle d'équation : $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 15 = 0$.
(Faire une figure que l'on complétera au fur et à mesure)

1°) Déterminer une équation cartésienne de la droite (CD).

2°) Déterminer le centre et le rayon du cercle (C).

3°) Déterminer une équation cartésienne du cercle (C') de diamètre [AB].

4°) Déterminer le ou les points d'intersection de (CD) et (C).

5°) Déterminer le ou les points d'intersection de (C) et (C').

6°) Démontrer que (CD) est tangente à (C').

IV/ <u>Lieux géométriques.</u> *(3 points)*

Soient A et B deux points du plan tels que : AB = 6.

1°) Déterminer et représenter l'ensemble des points M du plan tels que : $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{AB} = 24$.

2°) Déterminer et représenter l'ensemble des points M du plan tels que : $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM}.\overrightarrow{AB} = 0$.