

Jeudi 7 octobre 2004

1°S<sub>1</sub>

**DEVOIR de Mathématiques (2h)**  
(Calculatrice interdite)

**I/ Fonctions.** (6,5 points)

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R} \setminus \{4\}$  par :  $f(x) = \frac{1}{x-4}$   
et soit  $g$  la fonction définie sur  $[-1 ; +\infty[$  par :  $g(x) = \sqrt{x+1}$

1°) Expliquer comment obtenir le tracé de la représentation graphique de  $f$  à l'aide d'une des fonctions de référence vues en cours. Faire une figure.

2°) Expliquer comment obtenir le tracé de la représentation graphique de  $g$  à l'aide d'une des fonctions de référence vues en cours. Faire une figure.

3°) a) Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation  $g(x) = 4$ .

b) Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'inéquation  $f(x) \geq -1$ .

4°) a) Dédurre du 3° l'ensemble de définition des fonctions  $f \circ g$  et  $g \circ f$ .

b) Déterminer l'expression des fonctions  $f \circ g$  et  $g \circ f$  en fonction de  $x$  sur leur ensemble de définition respectif.

**II/ Paraboles.** (4,5 points)

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = -(x-3)^2 + 5$ .

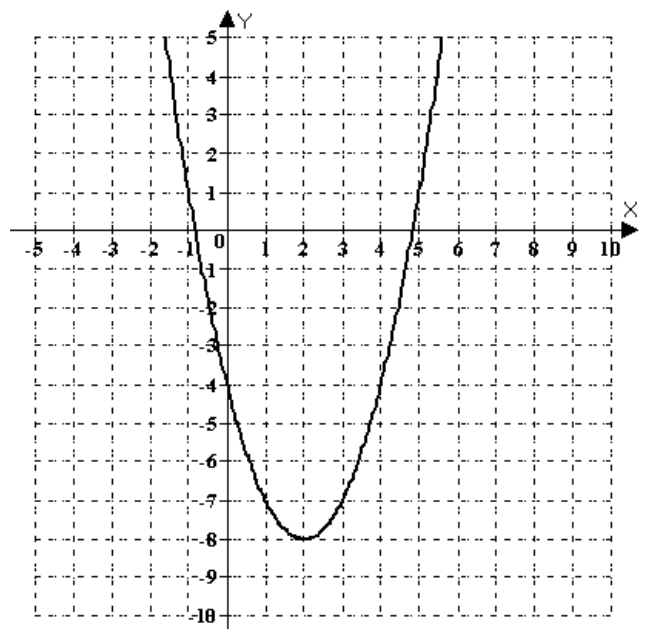
1°) Expliquer comment obtenir le tracé de la courbe représentative de  $f$  en deux étapes, et la tracer dans le repère ci-contre.

2°) La courbe ( $C_g$ ) tracée ci-contre est la représentation d'une fonction  $g$  définie sur  $\mathbb{R}$ .

a) Quelle transformation géométrique a-t-on utilisée pour tracer la courbe ( $C_g$ ) et à partir de quelle fonction de référence ?

b) En déduire que :  $g(x) = x^2 - 4x - 4$ .

3°) Résoudre algébriquement l'inéquation :  $f(x) \geq g(x)$  et expliquer graphiquement le résultat.



.../...

**III/ Angles et coordonnées.** (2,5 points)

Soient  $A(1 ; 2)$ ,  $B(4 ; 1)$  et  $C(-1 ; 6)$  dans un repère orthonormal  $(O ; \vec{i}, \vec{j})$ .

1°) Calculer  $AB$  et  $AC$ .

2°) Calculer  $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$ .

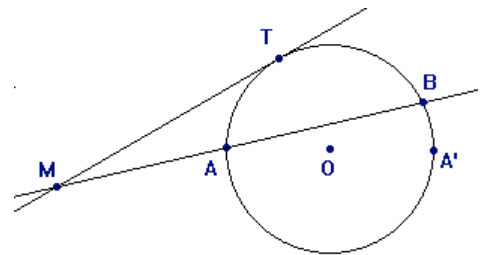
3°) En déduire la valeur exacte de  $\cos \widehat{BAC}$  et une valeur exacte en radians de l'angle  $\widehat{BAC}$ .

**IV/ Puissance d'un point par rapport à un cercle.** (3,5 points)

Soit  $(C)$  un cercle de centre  $O$  et de rayon  $R$  et  $M$  un point n'appartenant pas à cercle.

Une droite  $(D)$  passe par  $M$  et coupe le cercle  $(C)$  en deux points  $A$  et  $B$ .

On note  $A'$  le point diamétralement opposé à  $A$  sur le cercle  $(C)$ .  
Soit  $T$  un point du cercle  $(C)$  tel que la droite  $(MT)$  soit tangente au cercle  $(C)$ .



1°) Démontrer que :  $\vec{MA} \cdot \vec{MB} = \vec{MA} \cdot \vec{MA'} = MO^2 - R^2$

2°) En déduire que :  $\vec{MA} \cdot \vec{MB} = MT^2$

**V/ Equations cartésiennes de droites.** (3 points)

Soient  $A(-2 ; 2)$ ,  $B(1 ; -4)$  et  $C(-1 ; 4)$  dans un repère orthonormal  $(O ; \vec{i}, \vec{j})$ .

1°) Déterminer une équation cartésienne de la droite  $(\Delta)$ , médiatrice du segment  $[AB]$ .

2°) Déterminer une équation cartésienne de la droite  $(D)$  parallèle à  $(AB)$  passant par  $C$ .

3°) Déterminer les coordonnées du point  $K$ , intersection des droites  $(\Delta)$  et  $(D)$ .