

Jeudi 7 octobre 2004

1°S₁

DEVOIR de Mathématiques (2h)
(Calculatrice interdite)

I/ Fonctions. (6,5 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{4\}$ par : $f(x) = \frac{1}{x-4}$
et soit g la fonction définie sur $[-1 ; +\infty[$ par : $g(x) = \sqrt{x+1}$

1°) Expliquer comment obtenir le tracé de la représentation graphique de f à l'aide d'une des fonctions de référence vues en cours. Faire une figure.

2°) Expliquer comment obtenir le tracé de la représentation graphique de g à l'aide d'une des fonctions de référence vues en cours. Faire une figure.

3°) a) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $g(x) = 4$.

b) Résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation $f(x) \geq -1$.

4°) a) Dédire du 3° l'ensemble de définition des fonctions $f \circ g$ et $g \circ f$.

b) Déterminer l'expression des fonctions $f \circ g$ et $g \circ f$ en fonction de x sur leur ensemble de définition respectif.

II/ Paraboles. (4,5 points)

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = -(x-3)^2 + 5$.

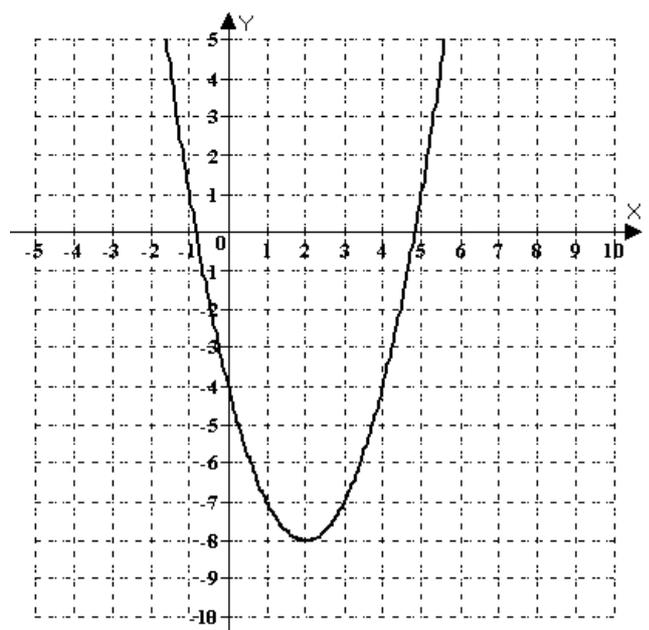
1°) Expliquer comment obtenir le tracé de la courbe représentative de f en deux étapes, et la tracer dans le repère ci-contre.

2°) La courbe (C_g) tracée ci-contre est la représentation d'une fonction g définie sur \mathbb{R} .

a) Quelle transformation géométrique a-t-on utilisée pour tracer la courbe (C_g) et à partir de quelle fonction de référence ?

b) En déduire que : $g(x) = x^2 - 4x - 4$.

3°) Résoudre algébriquement l'inéquation : $f(x) \geq g(x)$ et expliquer graphiquement le résultat.



.../...

III/ Angles et coordonnées. (2,5 points)

Soient $A(1 ; 2)$, $B(4 ; 1)$ et $C(-1 ; 6)$ dans un repère orthonormal $(O ; \vec{i}, \vec{j})$.

1°) Calculer AB et AC .

2°) Calculer $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$.

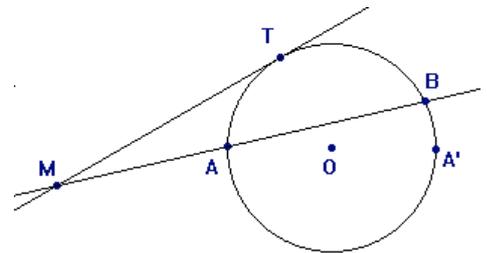
3°) En déduire la valeur exacte de $\cos \widehat{BAC}$ et une valeur exacte en radians de l'angle \widehat{BAC} .

IV/ Puissance d'un point par rapport à un cercle. (3,5 points)

Soit (C) un cercle de centre O et de rayon R et M un point n'appartenant pas à cercle.

Une droite (D) passe par M et coupe le cercle (C) en deux points A et B .

On note A' le point diamétralement opposé à A sur le cercle (C) .
Soit T un point du cercle (C) tel que la droite (MT) soit tangente au cercle (C) .



1°) Démontrer que : $\vec{MA} \cdot \vec{MB} = \vec{MA} \cdot \vec{MA'} = MO^2 - R^2$

2°) En déduire que : $\vec{MA} \cdot \vec{MB} = MT^2$

V/ Equations cartésiennes de droites. (3 points)

Soient $A(-2 ; 2)$, $B(1 ; -4)$ et $C(-1 ; 4)$ dans un repère orthonormal $(O ; \vec{i}, \vec{j})$.

1°) Déterminer une équation cartésienne de la droite (Δ) , médiatrice du segment $[AB]$.

2°) Déterminer une équation cartésienne de la droite (D) parallèle à (AB) passant par C .

3°) Déterminer les coordonnées du point K , intersection des droites (Δ) et (D) .