

DEVOIR de Mathématiques (2h)*(Calculatrice autorisée)***I/ Fonction trigonométrique.** (6 points)Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = \cos(2x) - 2\cos x$.1°) Déterminer le signe de $g(x) = (1 - 2\cos x)\sin x$ en fonction des valeurs de x sur l'intervalle $[0; \pi]$.2°) Déterminer la parité de f et montrer que f est périodique de période 2π .

En déduire un intervalle d'étude approprié.

3°) Etudier les variations de f sur l'intervalle considéré.4°) Tracer la courbe représentative de f sur l'intervalle $]-2\pi; 2\pi]$. (unité graphique : 1 cm)**II/ Equations.** (4 points)1°) a) Ecrire en fonction de $\cos(3x)$ et $\sin(3x)$ l'expression : $\cos\left(\frac{\pi}{6} - 3x\right)$.b) En déduire la résolution dans \mathbb{R} de l'équation :

$$\sqrt{3}\cos(3x) + \sin(3x) = \sqrt{2}.$$

2°) a) Développer l'expression : $(2 - \sqrt{3})^2$.b) En déduire la résolution dans $]-\pi; \pi]$ de l'équation :

$$2\sin^2 x + (\sqrt{3} + 2)\sin x + \sqrt{3} = 0.$$

III/ Valeurs remarquables. (5 points)Soit $x \in [0; \pi[$ tel que $\tan x = \sqrt{3} - 2$ 1°) Calculer $\cos x$.2°) Calculer $\tan(2x)$.3°) En déduire la valeur de x .4°) Vérifier les résultats du 1°) et du 3°) en calculant $\cos(2x)$.**IV/ Etude d'une fonction.** (6 points)Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = (x - 3)|x^2 - 3x|$ 1°) Donner l'expression de f sur chacun des intervalles : $I =]-\infty; 0]$, $J = [0; 3]$ et $K =]3; +\infty[$.2°) Etudier la dérivabilité de f .Que peut-on en déduire pour la courbe C_f représentative de f aux points d'abscisses 0 et 3 ?3°) Etudier les variations de f sur chacun des intervalles I, J, K.(on ne demande pas le tracé de la courbe C_f)4°) Déterminer une équation de la tangente à la courbe C_f au point d'abscisse 2.