Jeudi 11 septembre 2003 Term S

QCM de Mathématiques (1h)

(Calculatrice interdite)

Exercice 1

Voici le tableau de variation d'une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$:

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$ ↗	5	↘ 1

a) $f(x) \geq 0$ sur $]-\infty\,;0]$.
b) $f'(x) \geq 0$ sur $]-\infty\,;0]$.
c) f est minorée sur $\mathbb{R}$.
d) f est majorée sur $\mathbb{R}$.

Exercice 2

Soit P et Q les polynômes définis sur $\mathbb{R}$ par :

$P(x) = 3x^2 + 2x - 1$ et $Q(x) = x^3 - 1$.

a) On peut factoriser P ainsi : $P(x) = (3x + 1)(x - 1)$
b) On peut factoriser Q ainsi : $Q(x) = (x - 1)(x^2 + 2x + 1)$
c) Les équations $P(x) = 0$ et $Q(x) = 0$ ont une solution commune.
d) L'équation $P(x) = Q(x)$ admet exactement deux solutions réelles.

Exercice 3

Soit P le trinôme défini sur $\mathbb{R}$ par : $P(x) = 2x^2 - 3x - 5$.

a) Le discriminant du trinôme est égal à -49.
b) L'équation $P(x) = 0$ admet deux solutions réelles distinctes.
c) Si $x \in]-\infty\,;-2[$ alors $P(x) > 0$.
d) Le sommet de la parabole représentative de P est le point $S(\frac{3}{2}\,;-5)$.

Exercice 4

a) La dérivée de la fonction $x \mapsto \frac{1}{x^2}$ est la fonction $x \mapsto \frac{-1}{x^4}$.

b) La dérivée de la fonction $x \mapsto \cos(2x)$ est la fonction $x \mapsto -2\sin x$.

c) La dérivée de la fonction $x \mapsto \sqrt{1+6x}$ est la fonction $x \mapsto \frac{3}{\sqrt{1+6x}}$.

d) La dérivée de la fonction $x \mapsto \frac{3-x}{2x+2}$ est la fonction $x \mapsto \frac{-2}{(x+1)^2}$.

Exercice 5

Soit f la fonction définie par : $f(x) = \frac{x}{x^2-4}$ et C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormal.

a) L'ensemble de définition de la fonction est $\mathbb{R}\backslash\{2\}$.

b) La courbe C_f admet une asymptote horizontale d'équation $y = 1$.

c) La courbe C_f admet une asymptote verticale d'équation $x = -2$.

d) La courbe C_f admet une tangente horizontale au point d'abscisse $x = 0$.

Exercice 6

Soit f la fonction définie par : $f(x) = \frac{2x-1}{x^2-1}$

a) $\lim_{x\to 0} f(x) = 1$.

b) $\lim_{x\to +\infty} f(x) = 2$.

c) $\lim_{\substack{x\to 1\\ x>1}} f(x) = +\infty$.

d) $\lim_{\substack{x\to -1\\ x>-1}} f(x) = +\infty$.

Exercice 7

Soit la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $u_n = n^3 - 9n$ pour tout entier naturel n.

a) $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est monotone.
b) $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est convergente.
c) $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est minorée.
d) $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = +\infty$.

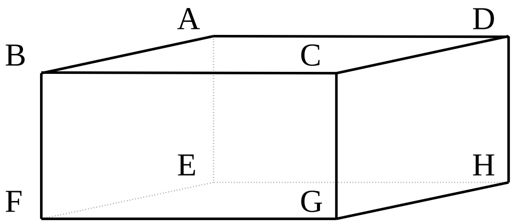
Exercice 8

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite géométrique de premier terme $u_0 = 64$ et de raison $\frac{1}{2}$

a) $u_6 = \frac{1}{2}$
b) $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est monotone.
c) $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est convergente.
d) $S = u_0 + u_1 + \ldots + u_6 = 127$.

Exercice 9

Soit le parallélépipède ABCDEFGH ci-contre :



a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AG}$.
b) $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{HF} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{EB}$.
c) $\overrightarrow{AF}, \overrightarrow{AG}, \overrightarrow{EH}$ sont coplanaires.
d) A, F et C sont coplanaires.

Exercice 10

Dans un repère orthonormal $(O\,;\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ de l'espace, on considère les points A(0 ; 0 ; 3), B(0, 2, 3) et C(1 ; 2 ; 3)

a) A et B appartiennent au plan $(O\,;\vec{j}, \vec{k})$.
b) B et C appartiennent au plan $(O\,;\vec{i}, \vec{k})$.
c) A, B et C appartiennent à un plan parallèle au plan $(O\,;\vec{i}, \vec{j})$.
d) OA = AC

Exercice 11

a) $\cos\left(\frac{13\pi}{8}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{8}\right)$.
b) $\sin\left(\frac{29\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$.
c) $\cos\left(\frac{29\pi}{6}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.
d) $\tan\left(\frac{5\pi}{4}\right) = -1$.

Exercice 12

a) L'équation $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{3}$ admet exactement 2 solutions dans $\mathbb{R}$.
b) L'équation $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{3}$ n'admet aucune solution dans $\left[\frac{\pi}{2};\frac{3\pi}{2}\right]$.
c) L'équation $\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{3}$ admet une unique solution dans $[-\pi ; 0]$.
d) Si $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{3}$ alors $\sin x = \frac{1}{3}$ ou $\sin x = -\frac{1}{3}$.

Exercice 13

a) $\sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right) = \sin x + 1$ pour tout $x \in [-\pi\ ;\ \pi[$.

b) $\cos(2x) - \cos^2 x = \cos^2 x - 1$ pour tout $x \in [0\ ;\ 2\pi[$.

c) $\sin x - \cos x = \sqrt{2}\cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.

d) $1 + \cos^2 x = \frac{1}{\tan^2 x}$ pour tout $x \in \left]-\frac{\pi}{2} ; \frac{\pi}{2}\right[$

Exercice 14

Soit $(\vec{i}, \vec{j})$ une base orthonormale du plan, on considère les vecteurs $\vec{u}(3\ ;\ 4)$ et $\vec{v}(-2\ ;\ 0)$.

a) $\|\vec{u}+\vec{v}\| = \sqrt{5}$.

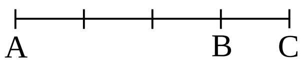
b) $\vec{u}.\vec{v} = -2$.

c) $(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{3\pi}{4}$.

d) $(-\vec{v}, \vec{u}) = -\frac{3\pi}{4}$.

Exercice 15

Soit la figure suivante :



a) B est le barycentre des points (A ; 3) et (C ; 1).
b) A est le barycentre des points (B ; 1) et (C ; -3).
c) C est le barycentre des points (A ; -1) et (B ; 4).
d) Pour tout point M du plan on a : $3\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = 4\overrightarrow{MB}$.