

Lundi 8 décembre 2003

1^{ère} S₃

Devoir de Mathématiques (1h)
 (Calculatrice interdite)

I/ Inéquation.

Résoudre dans \mathbb{R} : $\frac{x^2 + 3}{3 - x} \geq \frac{x + 1}{2x + 1}$

II/ Le toboggan.

1°) Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + x + \frac{5}{2}$

- a) Déterminer la fonction dérivée f' de f sur \mathbb{R} .
- b) En déduire une équation de la tangente à la courbe C_f au point d'abscisse 3.

2°) Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{5/2\}$ par $g(x) = \frac{1}{2x - 5}$

- a) Déterminer la fonction dérivée g' de g sur $\mathbb{R} \setminus \{5/2\}$.
- b) En déduire une équation de la tangente à la courbe C_g au point d'abscisse 3.

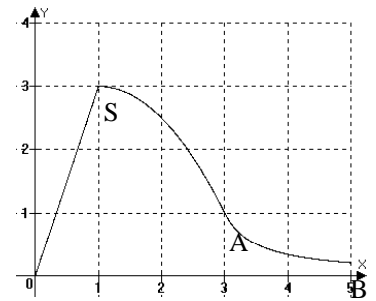
3°) Voici le dessin d'un toboggan :

L'échelle pour y monter est représentée par le segment [OS]

et la rampe de descente est formée de deux parties :

de S à A c'est un morceau de parabole d'équation : $f(x) = a(x - b)^2 + c$

de A à B c'est un morceau d'hyperbole d'équation : $g(x) = \frac{1}{dx + e}$.



- a) Le sommet du toboggan est le point S(1 ; 3), en déduire les valeurs de b et c et le signe de a .
- b) Le point de jonction entre la parabole et l'hyperbole est le point A(3 ; 1), en déduire la valeur de a .
- c) En utilisant les points A(3 ; 1) et B(5 ; $\frac{1}{5}$), déterminer d et e .

III/ Approximation affine.

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R}^* par : $f(x) = \frac{1}{x^2}$.

- 1°) Calculer $f'(2)$ en utilisant la définition d'un nombre dérivé.
- 2°) Ecrire la meilleur approximation affine de $\frac{1}{(2+h)^2}$ quand h est proche de 0.
- 3°) En déduire une valeur approchée de $\frac{1}{2,004^2}$ et de $\frac{1}{1,98^2}$.

IV/ Angles orientés.

Soient A, B, C et D quatre points du plan tels que :

$(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}) = \frac{-\pi}{4}$, $(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BD}) = \frac{7\pi}{12}$ et $(\overrightarrow{DA}, \overrightarrow{DC}) = \frac{-2\pi}{3}$ (la figure n'est pas demandée)

- 1°) Déterminer la mesure principale des angle $(\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{DC})$ et $(\overrightarrow{DB}, \overrightarrow{AB})$.
- 2°) En déduire la mesure principale de l'angle $(\overrightarrow{DB}, \overrightarrow{DC})$. Que peut-on en déduire pour le triangle BCD ?

Barème possible

I/ 4 points – II/ 7 points – III/ 5 points – IV/ 4 points