

Mercredi 19 novembre 2003

1<sup>ère</sup> S<sub>3</sub>

**DEVOIR de Mathématiques (2h)**  
*(Calculatrice autorisée)*

**I/ Inéquation**

Résoudre dans  $\mathbb{R}$  :  $\frac{x}{x-1} \geq \frac{4x+2}{x+3}$

**II/ Problème économique**

Une entreprise fabrique un gadget ; le coût de fabrication de  $q$  gadgets est  $C(q)$  tel que :

$$C(q) = 100q + 1\,000\,000.$$

Une étude de marché a permis de déterminer la quantité de gadgets que l'entreprise peut vendre dépend du prix unitaire  $p$  (en centimes d'euro) proposé suivant la loi :

$$q = 2\,000\,000 - 5\,000p.$$

1°) On rappelle que la recette est la somme d'argent que rapporte à l'entreprise la vente de tous les gadgets et que le bénéfice est la différence entre la recette et le coût de production.

- a) Exprimer la recette  $r(p)$  en fonction du prix de vente unitaire proposé.
- b) Montrer que le bénéfice  $B(p)$  vérifie :

$$B(p) = -5\,000p^2 + 2\,500\,000p - 201\,000\,000.$$

2°) a) Résoudre l'inéquation  $B(p) \geq 0$  et en déduire à quel intervalle doit appartenir le prix de vente unitaire pour que l'entreprise ne soit pas déficitaire.

b) Déterminer la forme canonique de  $B(p)$ .

3°) Déduire des questions précédentes le prix que doit choisir cette entreprise pour réaliser un bénéfice total maximal, ce bénéfice, le nombre de gadgets vendus et le bénéfice réalisé sur chaque gadget.

**III/ Fonctions composées**

Soient  $f$  une fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = ax^2 + bx + c$

et  $g$  la fonction définie sur  $[1 ; +\infty[$  par :  $g(x) = 1 + \sqrt{x-2}$ .

1°) Déterminer les réels  $a$ ,  $b$  et  $c$  pour que la courbe  $(C_f)$  représentative de  $f$  passe par les points  $A(1 ; 3)$ ,  $B(2 ; 5)$  et  $C(0 ; 5)$

2°) Justifier, en utilisant les fonctions de références, que les tableaux de variations des fonctions  $f$  et  $g$  sont :

$x$	$-\infty$	1	$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	3	$+\infty$

$x$	2	$+\infty$
$g(x)$	1	$+\infty$

3°) Déterminer l'ensemble de définition de la fonction  $g \circ f$ .

4°) Déterminer, à partir des variations des fonctions  $f$  et  $g$ , les variations de la fonction  $g \circ f$  sur chacun des intervalles suivants :  $I_1 = ]-\infty ; 1]$ ,  $I_2 = [1 ; +\infty[$  et tracer le tableau de variations de  $g \circ f$ .

#### IV/ **But !**

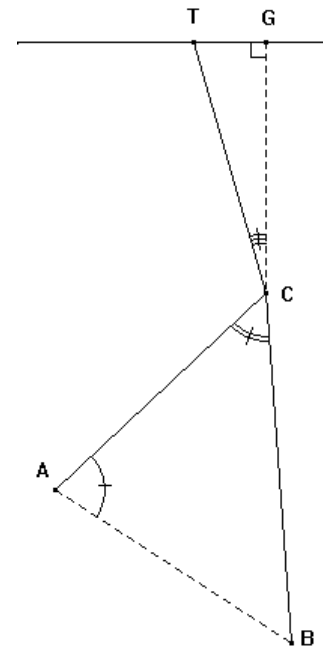
Lors d'une partie de football deux joueurs A et B se trouvent à une distance  $AB = 25$  m. (Attention : Le dessin ci-contre n'est pas à l'échelle)

1°) Le joueur A envoie le ballon avec un angle  $\widehat{BAC} = 60^\circ$  par rapport au joueur B.

- Sachant que le ballon a parcouru une distance  $AC = 20$  m, quelle distance  $BC$  a parcourue le joueur B lorsqu'il atteint le ballon en C ? (On donnera la valeur exacte puis une valeur approchée à 1 cm près)
- Quelle est alors une mesure approchée à 0,1 degré près de l'angle  $\widehat{ACB}$  formé par leurs trajectoires respectives ? (On donnera la valeur exacte de  $\sin \widehat{ACB}$ )

2°) A la réception du ballon, le joueur B se trouve alors à une distance  $CG = 15$  m à la verticale du gardien G et arme alors son tir avec un angle  $\widehat{GCT} = 10^\circ$  par rapport à cette verticale.

A quelle distance  $TG$  le ballon arrive-t-il du gardien sur la ligne de but ? (On donnera une valeur approchée à 1 cm près)



#### **Barème possible**

I/ 3 points – II/ 6 points – III/ 6 points – IV/ 5 points