

Mercredi 22 octobre 2003

1°S₃

DEVOIR de MATHÉMATIQUES (2h)

(Calculatrice autorisée)

I/ Composées.

Soient f la fonction définie sur \mathbf{R} par : $f(x) = x^2 - 2x - 1$

et g la fonction définie sur $\mathbf{R} \setminus \{4\}$ par : $g(x) = \frac{2x-7}{x-4}$

1°) Justifier, en utilisant les fonctions de références, que leurs tableaux de variations respectifs sont :

| | | | |
|--------|-----------|------------|------------|
| x | $-\infty$ | 1 | $+\infty$ |
| $f(x)$ | $+\infty$ | \searrow | \nearrow |
| | | -2 | $+\infty$ |

| | | | |
|--------|-----------|------------|------------|
| x | $-\infty$ | 4 | $+\infty$ |
| $g(x)$ | 2 | \searrow | \nearrow |
| | | $-\infty$ | 2 |

2°) a) Calculer l'image de 2 par la fonction f ainsi que le ou les antécédents de 4 par f .

b) Déterminer le ou les antécédents 1 par la fonction g .

3°) Déterminer les ensembles de définition des fonctions $f \circ g$ et $g \circ f$.

4°) Déterminer, à partir des variations des fonctions f et g , les variations de la fonction $f \circ g$ sur chacun des intervalles suivants : $I_1 =]-\infty ; 3]$, $I_2 =]3 ; 4[$ et $I_3 =]4 ; +\infty[$.

II/ Produit scalaire et angles.

Dans un repère orthonormal $(O ; \vec{i}, \vec{j})$ (unité graphique : 1 cm), on note :

Les points $A(4 ; -1)$, $B(-2 ; 5)$ et $C(-6 ; 2)$.

1°) Calculer le produit scalaire $\vec{BA} \cdot \vec{BC}$.

2°) Calculer les longueurs BA et BC .

3°) En déduire la valeur exacte de $\cos \widehat{ABC}$ puis une valeur approchée à 1° près de l'angle \widehat{ABC} .

III/ Cercles et droites.

Dans un repère orthonormal $(O ; \vec{i}, \vec{j})$ (unité graphique : 1 cm), on note :

Les points $A(-5 ; -5)$, $B(1 ; -2)$ et (C) la courbe d'équation : $x^2 + y^2 - 6x + 4y - 12 = 0$.

1°) Démontrer que (C) est un cercle dont on déterminera les coordonnées du centre Ω et le rayon R .
 (Faire une figure que l'on complétera dans la suite de l'exercice)

2°) Justifier que le point A se trouve à l'extérieur du cercle (C) et que B se trouve à l'intérieur.

3°) Déterminer une équation cartésienne de la droite (AB) .

4°) Déterminer une équation de la droite (Δ) passant par $\Omega'(2 ; 1)$ et de vecteur normal \vec{AB} .

5°) Déterminer les coordonnées du point D , intersection des droites (AB) et (Δ) .

6°) Déterminer une équation cartésienne du cercle (C') de centre $\Omega'(2 ; 1)$ et de rayon $R' = \sqrt{5}$.

7°) Déterminer les points d'intersection de la droite (AB) avec chacun des deux cercles.

8°) Déterminer les points d'intersection du cercle (C) avec le cercle (C') .

Barème possible : I/ 7 pts - II/ 3 pts - III/ 10 pts

- Il sera tenu compte de la présentation et de la rédaction de la copie -