

DEVOIR commun de MATHEMATIQUES (2h)

(Calculatrice non autorisée)

I/ Equation.

On pose : $P(x) = (x + 4)^2 - 9x^2$.

1°) Calculer $P(-1)$ et $P(\sqrt{2})$.

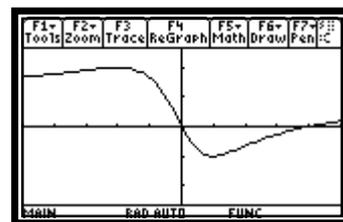
2°) Factoriser $P(x)$.

3°) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $P(x) = 0$.

II/ Fonctions.

Partie A

On a tracé la courbe représentative d'une fonction f définie sur $[-5 ; 5]$ sur l'écran d'une calculatrice graphique (une graduation correspondant à une unité).



1°) Lire graphiquement l'image de 4 par la fonction f .

2°) Lire graphiquement le ou les antécédents de 1 par la fonction f .

3°) Résoudre graphiquement l'inéquation : $f(x) \leq 0$.

4°) Déterminer graphiquement le minimum et le maximum de la fonction f sur $[-5 ; 5]$

Partie B

Soit la fonction g définie sur $[-5 ; 5]$ par : $g(x) = \frac{x^2 - 4x}{x^2 + 2}$

1°) Calculer l'image de 4 par la fonction g .

2°) Déterminer le ou les antécédents de 1 par la fonction g .

3°) Résoudre l'inéquation : $g(x) \leq 0$.

4°) Démontrer que $g(x) \leq 2$ sur $[-5 ; 5]$. Calculer $g(-2)$, que peut-on en déduire ?

5°) Démontrer que $g(x) \geq -1$ sur $[-5 ; 5]$. Calculer $g(1)$, que peut-on en déduire ?

.../...

III/ Vecteurs.

Soit un triangle ABC et I le milieu de [AB]. On définit trois points E, F et D par :

$$\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC}, \quad 3\overrightarrow{BF} = -2\overrightarrow{CB} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{CA}$$

Partie A

- 1°) Faire une figure.
- 2°) Exprimer \overrightarrow{AF} en fonction de \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC} .
- 3°) Démontrer que les points A, E et F sont alignés.
- 4°) Démontrer que les points I, F et D sont alignés.
- 5°) Quelle est la nature du quadrilatère ABED ?

Partie B

On se place maintenant dans le repère $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$

- 1°) Déterminer les coordonnées des points A, B, C, I, D, E définis précédemment (Justifier).
Démontrer que les coordonnées de F sont $\left(\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$
- 2°) Déterminer une équation de la droite (AF) et démontrer que E appartient à (AF).
- 3°) Déterminer une équation de la droite (IF) et démontrer que D appartient à (IF).
- 4°) Déterminer les coordonnées des vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{DE} , que peut on en conclure pour le quadrilatère ABED ?

IV/ Petit problème.

Un père de 46 ans a un grand fils de 26 ans et une petite fille.

Dans quelques années, l'âge du père sera égal à la somme des âges des deux enfants; il sera aussi le triple de l'âge de sa petite fille.

Quel est l'âge de la petite fille ?

Barème possible : I/ 3 pts - II/ 8 pts - III/ 7 pts - IV/ 2 pts

Il sera tenu compte du soin et de la présentation.