Ce document a été fabriqué par PDFmail (Copyright RTE Multimedia)
http://www.pdfmail.com

Mercredi 26 mars 2003 $1^{\text{ère}}$ S_3

DEVOIR de MATHEMATIQUES (2h)

(Calculatrice autorisée)

I/ Fonction trigonométrique. *(6 points)*

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \frac{1}{2}\cos 2x + \cos x$

et C_f sa courbe représentative dans un repère orthogonal.

1°) Vérifier que f est périodique de période 2π et étudier sa parité.
Justifier qu'on peut alors restreindre l'intervalle d'étude de f à $I = [0 ;\pi]$

2°) Démontrer que pour tout x de I on a : $f'(x) = -2\sin x.(\cos x + \frac{1}{2})$

3°) Déterminer le signe de $A(x) = \sin x$ et de $B(x) = \cos x + \frac{1}{2}$ sur I et en déduire les variations de f sur I.

Dresser le tableau de variations complet de f sur I.
4°) Tracer la courbe C_f sur I.
5°) Compléter le tracé de la courbe C_f à $[-2\pi ; 2\pi]$ en justifiant la construction.

II/ Courbes et asymptotes. *(4 points)*

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}\backslash\{1\}$ par : $f(x) = \frac{2x^2+1}{x-1}$

1°) Déterminer trois réels a, b, c tels que pour tout $x \neq 1$, $f(x) = ax + b + \frac{c}{x-1}$

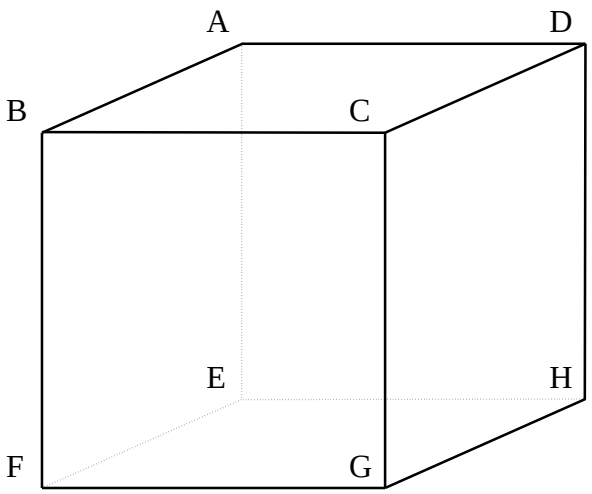
2°) En déduire, en justifiant, toutes les droites asymptotes à la courbe représentative de f.

III/ Suites récurrentes. *(6 points)*

Soit u la suite définie par : $u_0 = 9$ et $u_{n+1} = 5 - \frac{2}{3}u_n$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

1°) Tracer dans un repère orthonormal (unité graphique : 1 cm) les droites D et Δ d'équations respectives :
$y = -\frac{2}{3}x + 5$ et $y = x$. En déduire une construction des 5 premiers termes de la suite u
(Expliquer cette construction)

2°) Soit v la suite définie par : $v_n = u_n - 3$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.
a) Exprimer pour tout entier n, v_{n+1} en fonction de v_n.
b) En déduire que v est une suite géométrique dont on donnera la raison et le premier terme.
c) Déterminer une expression de v_n en fonction de n et en déduire une expression de u_n en fonction de n.
d) Justifier que la suite v est convergente et en déduire la convergence de la suite u.



IV/ Géométrie dans l'espace. *(4 points)*

Soit un cube comme ci-contre, on note I le milieu de [AD], J le milieu de [CG] et K milieu de [GH].
1°) Recopier le cube et placer I, J et K sur la figure.
2°) Justifier que (JK) et (CD) sont sécantes.
On note P leur point d'intersection.
3°) En déduire l'intersection des plans (IJK) et (ABC).
4°) Compléter, en justifiant, la section du plan (IJK) avec le cube ABCDEFGH.
5°) Tracer, en justifiant, l'intersection des plans (IJK) et (ABF)