

Jeudi 6 mars 2003

1°S₂₋₃

DEVOIR DE MATHÉMATIQUES (2h)

(Calculatrice autorisée)

Exercice 1

1°) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation : $2x^2 + 3x + 1 = 0$.

2°) Exprimer $\cos 2a$ en fonction de $\sin a$.

3°) Déduire des questions précédentes les solutions dans \mathbb{R} puis dans $]-\pi ; \pi]$ l'équation :
 $3\sin a + 2 = \cos 2a$.

4°) Placer les solutions de l'équation précédente sur un cercle trigonométrique.

Exercice 2

Résoudre dans $]-\pi ; \pi]$ l'inéquation : $\frac{1}{2} \leq \cos x$

Exercice 3

(On indiquera les formules et les résultats intermédiaires utilisés)

Une association de consommateurs a fait une enquête dans 60 magasins d'un département pour connaître le prix de la nouvelle cafetière Duralex.

La liste des prix en euros, avec les effectifs correspondants, est indiquée dans le tableau ci-dessous :

Prix	36	38	39	41	42	44	45	46
Effectif	5	11	13	10	8	5	4	4

1°) Quel est le prix moyen de la cafetière dans le département ? Quel est l'écart type de la série des prix ?

2°) Quel est le prix médian ? Quel est l'écart interquartile ?

3°) Tracer le diagramme en boîte (ou boîte à moustaches) de la série des prix.

4°) En cas d'achat groupé par correspondance de 10 cafetières, les 60 magasins ont la même politique : faire une réduction de 5% sur le prix des cafetières, et ajouter des frais d'envois forfaitaires de 20 €

a) Quelle est la transformation qui fait passer du prix d'une cafetière à celui d'un achat groupé de 10 cafetières par correspondance ?

b) Déterminer, avec un minimum de calcul, la moyenne, l'écart type, la médiane et l'écart interquartile de la série des prix des achats groupés.

.../...

Exercice 4

Partie A

Dans cette partie, on se propose d'étudier la fonction numérique f définie sur l'intervalle $I =]0 ; +\infty[$ par :

$$f(x) = x - 20 + \frac{400}{x}.$$

Soit C la courbe représentative de f dans le plan rapporté à un repère orthonormal $(O ; \overset{1}{i}, \overset{1}{j})$ (unités : 0,1 cm).

1°) Déterminer les limites de la fonction f aux bornes de l'intervalle I .

2°) Calculer la dérivée f' de la fonction f et donner le signe de $f'(x)$. Dresser le tableau de variation de f .

3°) Démontrer que la droite (D) d'équation $y = x - 20$ est asymptote à C . Donner une équation de l'autre asymptote à C . Calculer les ordonnées des points de la courbe C d'abscisses respectives : 5 ; 10 ; 20 ; 40 ; 50 ; 80 ; 100 ; 160.

On donnera les résultats sous forme de tableau

4°) Tracer la courbe C ainsi que ses asymptotes.

Partie B

Une entreprise fabrique pendant un intervalle de temps donné une quantité x d'un certain objet. Les charges de cette entreprise pour fabriquer les x objets sont donnés en euros, par :

$$C(x) = x^2 - 20x + 400, \text{ où } x > 0.$$

1°) Les charges moyennes unitaires notées $C_m(x)$ sont définies par $C_m(x) = \frac{C(x)}{x}$.

Déterminer, en utilisant la première partie, la quantité d'objets à fabriquer pour avoir des charges moyennes unitaires minimales.

2°) Chaque objet fabriqué est vendu 100 euros. Déterminer le bénéfice $B(x)$ de cette entreprise en fonction de x . Déterminer x pour que ce bénéfice soit maximal.

Barème possible :

Exercice 1 : 4 points – **Exercice 2** : 1,5 points – **Exercice 3** : 6,5 points – **Exercice 4** : 8 points