

Mardi 28 janvier 2003

1°S<sub>3</sub>

**DEVOIR DE MATHÉMATIQUES (2h)**

(Calculatrice autorisée)

**Exercice 1**

1°) Démontrer que, pour tout  $a \neq \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$  :  $\frac{\cos a + \sin a}{\cos a - \sin a} = \frac{1 + \sin 2a}{\cos 2a}$

2°) En déduire la valeur de :  $A = \frac{\cos \frac{\pi}{8} + \sin \frac{\pi}{8}}{\cos \frac{\pi}{8} - \sin \frac{\pi}{8}}$

**Exercice 2**

1°) Résoudre dans  $\mathbb{R}$ , puis sur  $]-\pi ; \pi]$ , l'équation :  $\sin 2x = \cos 3x$ .

2°) Placer les solutions de l'équation précédente sur un cercle trigonométrique.

**Exercice 3**

Un employé d'une petite boutique d'aquariophilie fait une enquête auprès de 50 de ses clients sur le nombre de poissons que chacun possède dans son aquarium. Les résultats sont donnés dans le tableau suivant :

nombre de poissons	1	2	3	4	5	6	7	8	10	15
nombre de clients	5	2	3	6	9	9	4	6	5	1

1°) Déterminer la médiane, les quartiles, l'intervalle et l'écart interquartile de cette série statistique.

2°) Calculer la moyenne et l'écart type de la série statistique.

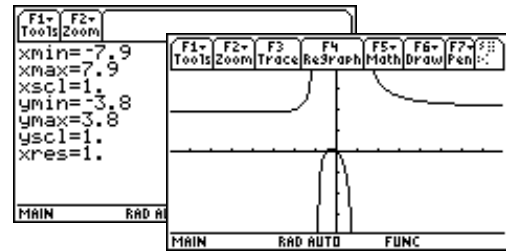
(On indiquera les formules et les résultats intermédiaires utilisés)

.../...

### Exercice 4

1°) Voici ce que donne le tracé sur l'écran d'une calculatrice graphique de la courbe représentative (C) d'une fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  :

A l'aide de la représentation ci-contre, tracer un tableau de variations approximatif de la fonction  $f$ .



2°) La fonction  $f$  dont on a tracé la courbe représentative est définie sur  $\mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$  par :

$$f(x) = \frac{2x^2 + x}{x^2 - 1}$$

- Résoudre les équations :  $f(x) = 0$  et  $f(x) = 2$ .
- Plus généralement, déterminer en fonction de  $k$ , le nombre de solutions de l'équation  $f(x) = k$ .
- Les deux résultats précédents sont-ils en accord avec le tableau de variations tracé au 1°) ?

3°) a) Déterminer le signe de  $x^2 - 1$  en fonction de  $x$ .

En déduire, en justifiant, les limites à droite et à gauche de  $f$  en  $-1$  et en  $1$ .

- Après avoir modifier l'écriture de  $f(x)$ , déterminer en justifiant les limites de  $f$  en  $-\infty$  et en  $+\infty$ .
- Les deux résultats précédents sont-ils en accord avec le tableau de variations tracé au 1°) ?

4°) a) Soit  $P$ , le polynôme définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $P(x) = x^2 + 4x + 1$ .

Résoudre l'équation  $P(x) = 0$  et déterminer le signe de  $P(x)$  en fonction de  $x$ .

b) Calculer la fonction dérivée  $f'$  de  $f$  et montrer que pour tout  $x$  appartenant à  $\mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$ ,  $f'(x)$  est du signe contraire de  $P(x)$ .

c) En déduire les variations de  $f$  et le tableau de variations exacte de  $f$ .

(On donne :  $f(-2 + \sqrt{3}) = \frac{2 - \sqrt{3}}{2}$  et  $f(-2 - \sqrt{3}) = \frac{2 + \sqrt{3}}{2}$ )

d) Conclure.

### Barème possible :

**Exercice 1** : 3 points – **Exercice 2** : 3 points – **Exercice 3** : 4 points – **Exercice 4** : 10 points