Janvier 2002 $1^{\text{ère}}S_{1\text{-}2\text{-}3}$

DEVOIR de Mathématiques (3h)

(Calculatrice autorisée)

Exercice 1

Soit ABCD un trapèze rectangle en A de bases (AD) et (BC).
Soit O le milieu de [AB], on pose AB = 2*a*, AD = *b* et BC = *c*.

1°) Exprimer $\overrightarrow{OD}.\overrightarrow{OC}$ en fonction de *a*, *b* et *c*.

2°) Quelle relation doit lier *a*, *b* et *c* pour que la droite(OD) soit orthogonale à la droite (OC) ?

3°) Soit AB = 4 cm, BC = 6 cm et AD = 4 cm.

a) Calculer $\overrightarrow{OD}.\overrightarrow{OC}$, OD et OC. En déduire $\widehat{COD}$ en degrés.
b) Calculer CD. Que peut-on en déduire ?
c) Calculer l'aire du triangle OCD.

Exercice 2

Soit *a* et *b* deux réels appartenant à $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$ tels que : $\sin a \cos b = \frac{1}{4}$ et $\sin b \cos a = \frac{3}{4}$.

1°) a) Calculer $\sin(a+b)$
b) Montrer que $a+b \in [0\,;\pi]$, en déduire $a+b$.

2°) a) Calculer $\sin(a-b)$
b) Montrer que $a-b \in \left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$, en déduire $a-b$.

3°) En déduire *a* et *b*.

…/…

Exercice 3

Le plan est muni d'un repère orthonormal (O ; $\vec{i}$, $\vec{j}$)
(On fera une figure en prenant 2 cm pour unité graphique)

1°) Démontrer que l'équation $x^2 + y^2 + 4x - 2y = 0$ est l'équation d'un cercle C_1 dont on précisera le centre Ω et le rayon.

2°) On donne les points A(0 ;2) et B(1 ;0). Déterminer une équation cartésienne du cercle C_2 de diamètre [AB].

3°) Démontrer que les cercles C_1 et C_2 se coupent en deux points dont on donnera les coordonnées.

4°) Ecrire une équation cartésienne de la droite D_1 tangente à C_1 en A et de la droite D_2 tangente en A à C_2. Démontrer que les droites D_1 et D_2 sont orthogonales.

Exercice 4

Soit la fonction f définie sur [-2 ; 5] par : $f(x) = x^3 - 6x^2 + 10$ et (C) sa courbe représentative.

1°) Déterminer la fonction dérivée de f.

2°) En déduire le sens de variation de f et dresser son tableau de variations.

3°) Déterminer l'équation de la tangente (T) à la courbe (C) au point d'abscisse $x = 2$.

4°) a) Démontrer que $f(x) - (-12x + 18) = (x - 2)^3$.
b) En déduire la position de la courbe (C) par rapport à sa tangente (T).

5°) Déterminer les coordonnées des points de (C) où la tangente est parallèle à la droite (D) d'équation $y = -9x$.

6°) Construire (C) et les tangentes particulières (unité : $\|\vec{i}\|$ = 1 cm et $\|\vec{j}\|$ = 0,25 cm)

<u>Barème possible :</u>
<u>Ex 1 :</u> *5 points* - **<u>Ex 2 :</u>** *3 points* - **<u>Ex 3 :</u>** *5 points* - **<u>Ex 4 :</u>** *7 points*