Mercredi 11 décembre 1°S_3

DEVOIR DE MATHEMATIQUES (2h)

(Calculatrice interdite)

Exercice 1

1°) Soient f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=\frac{1}{2}x^2-2x+\frac{7}{2}$ et C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormal.

a) Reconnaître la famille de courbe dont C_f fait partie et déterminer les coordonnées de son sommet S. (On pourra écrire la forme canonique de $f(x)$)
b) Dresser le tableau de variations de la fonction f.
c) Tracer C_f dans un repère orthonormal (unité graphique : 2 cm)

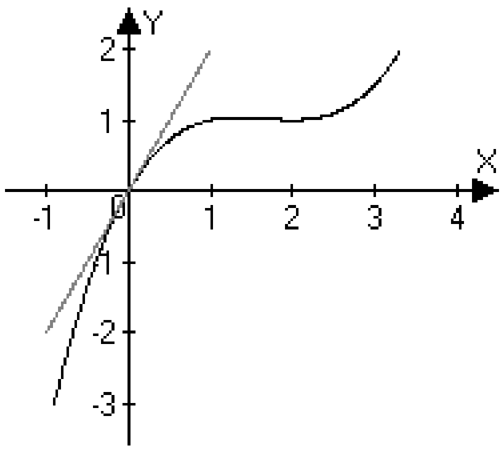
2°) Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}\backslash\{3\}$ par : $g(x)=\frac{2x-5}{x-3}$ et C_g sa courbe représentative dans un repère orthonormal.

a) Déterminer les réels a et b tels que pour tout $x\neq 3$, $g(x)=\frac{a}{x-3}+b$
b) En déduire que C_g est l'image d'une courbe de référence par une translation que l'on déterminera.
d) Dresser le tableau de variations de la fonction g.
e) Tracer C_g **dans le repère précédent**.

3°) Déterminer les fonctions dérivées des fonctions f et g.

4°) Déterminer l'équation de la tangente à la courbe C_f au point d'abscisse 1 et l'équation de la tangente à la courbe C_g au point d'abscisse 2 et les tracer.

Exercice 2



1°) Résoudre le système suivant :

$$\begin{cases}8a+4b=-3\\12a+4b=-2\end{cases}$$

2°) On a représenté ci-contre la courbe (C) représentative d'une fonction polynôme f du troisième degré et sa tangente (T) à l'origine

a) La courbe (C) passe par les points O et A(2 ;1), en déduire $f(0)$ et $f(2)$.
b) Lire graphiquement une équation de (T), en déduire $f'(0)$.
c) On sait de plus que la courbe (C) admet une tangente horizontale en A, en déduire $f'(2)$.

3°) Sachant que f a une équation de la forme : $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$:

a) Calculer $f'(x)$.
b) A l'aide des informations précédentes, écrire un système d'équations vérifiées par a, b, c et d.
c) En déduire l'expression de $f(x)$.

4°) Déterminer les coordonnées du deuxième point de la courbe où (C) admet une tangente horizontale.

…/…

Exercice 3

Soient A, B, C et D quatre points du plan tels que :

$(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}) = \frac{\pi}{6}$, $(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BD}) = -\frac{\pi}{12}$ et $(\overrightarrow{DA}, \overrightarrow{DC}) = \frac{\pi}{4}$

Déterminer la mesure principale de l'angle $(\overrightarrow{DB}, \overrightarrow{DC})$.
Que peut-on en déduire pour le triangle BCD ?
(la figure n'est pas demandée)

Exercice 4

1°) Rappeler les formules du cours relatives à $\cos(\pi - x)$, $\sin(\pi - x)$, $\cos(a + b)$ et $\sin(a + b)$.

2°) En utilisant les valeurs des sinus et cosinus de $\frac{\pi}{6}$ et $\frac{\pi}{4}$ et les formules précédentes, en déduire les valeurs de :

$$\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right),\ \sin\left(\frac{5\pi}{6}\right),\ \cos\left(\frac{5\pi}{12}\right) \text{ et } \sin\left(\frac{5\pi}{12}\right).$$

Barème possible :

Exercice 1 : *7 points* – **Exercice 2** : *6 points* – **Exercice 3** : *3 points* – **Exercice 4** : *4 points*