

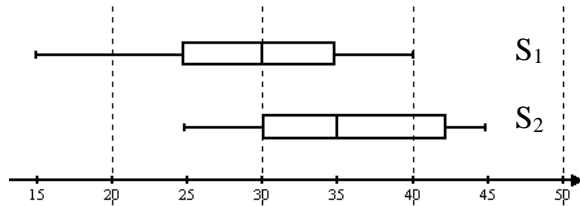
Mardi 4 juin

1^{ère} S

OCM de Mathématiques (1h30)
 (Calculatrice interdite)

Exercice 1

Voici les diagrammes en boîtes de deux séries statistiques S_1 et S_2 :



- La moyenne de la série S_2 est égale à 35.
- 50% des valeurs de la série S_1 sont comprises entre 25 et 35.
- L'écart interquartile de la série S_1 est supérieur à celui de la série S_2 .
- L'étendue de la série S_2 est égale à 20.

Exercice 2

Voici le tableau de variation d'une fonction f définie et dérivable sur \mathbb{R} :

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	5	1

Le tableau de variation indique que la fonction f est croissante sur $]-\infty; 0]$ et décroissante sur $]0; +\infty[$. Les valeurs de f à $-\infty$ et $+\infty$ sont respectivement $-\infty$ et 1 . La valeur maximale de f est 5 en $x=0$.

- $f(x) \geq 0$ sur $]-\infty; 0]$.
- $f'(x) \geq 0$ sur $]-\infty; 0]$.
- f est minorée sur \mathbb{R} .
- f est majorée sur \mathbb{R} .

Exercice 3

Soit P le trinôme défini sur \mathbb{R} par : $P(x) = -x^2 - 3x + 10$.

- Le discriminant du trinôme est égal à 7.
- L'équation $P(x) = 0$ admet deux solutions réelles distinctes.
- Si $x \in]-\infty; -5[$ alors $P(x) > 0$.
- Le sommet de la parabole représentative de P est le point $S(-3; 10)$.

Exercice 4

- La dérivée de la fonction $x \mapsto x^4$ est la fonction $x \mapsto x^3$.
- La dérivée de la fonction $x \mapsto \cos x$ est la fonction $x \mapsto \sin x$.
- La dérivée de la fonction $x \mapsto \sqrt{5+6x}$ est la fonction $x \mapsto \frac{3}{\sqrt{5+6x}}$.
- La dérivée de la fonction $x \mapsto \frac{3x+1}{2x-2}$ est la fonction $x \mapsto \frac{-2}{(x-1)^2}$.

Exercice 5

Soit f la fonction définie par : $f(x) = \frac{x^2+1}{x^2-4}$ et C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormal.

- L'ensemble de définition de la fonction est $\mathbb{R} \setminus \{2\}$.
- La courbe C_f admet une asymptote horizontale d'équation $y = 1$.
- La courbe C_f admet une asymptote verticale d'équation $x = -2$.
- La courbe C_f admet une tangente horizontale au point d'abscisse $x = 0$.

Exercice 6

- a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 3x}{x-1} = 1.$
 b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(2x-1)^2}{x^2 + 1} = 4.$
 c) $\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{x} \left(1 - \frac{1}{x} \right) = 0.$
 d) $\lim_{\substack{x \rightarrow -1 \\ x > -1}} \left(\frac{1}{x^2 - 1} - \frac{1}{x+1} \right) = 0.$

Exercice 7

Soit la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par : $u_n = n^3 - 3n$ pour tout entier naturel n .

- a) $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est monotone.
 b) $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est convergente.
 c) $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est minorée.
 d) $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty.$

Exercice 8

- a) La suite définie par $u_n = 2n + 3$ pour tout $n \in \mathbb{N}$ est une suite arithmétique de raison 2.
 b) La suite définie par $u_n = 2^n - 3$ pour tout $n \in \mathbb{N}$ est une suite géométrique de raison 2.
 c) La suite définie par $u_n - u_{n-1} = \frac{1}{2} u_{n-1}$ pour tout $n \in \mathbb{N}^*$ est une suite géométrique de raison $\frac{3}{2}$.
 d) La suite définie par $u_{n+1} = 3(u_n)^2$ pour tout $n \in \mathbb{N}$ est une suite géométrique de raison 3.

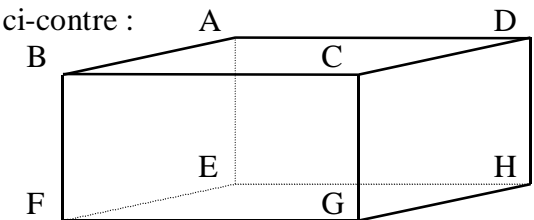
Exercice 9

Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite géométrique de premier terme $u_0 = 2$ et de raison $\frac{1}{2}$

- a) $u_6 = \frac{1}{32}$
 b) $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est croissante.
 c) $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0.$
 d) $S = u_0 + u_1 + \dots + u_6 = \frac{127}{32}$

Exercice 10

Soit le parallélépipède ABCDEFGH ci-contre :



- a) $\vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AE} = \vec{AG}.$
 b) $\vec{AF} + \vec{FG} = \vec{AG}.$
 c) $\vec{AF}, \vec{AG}, \vec{EH}$ sont coplanaires.
 d) A, E, G, H sont coplanaires.

Exercice 11

Dans un repère orthonormal $(O ; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ de l'espace, on considère les points $A(1 ; 0 ; 1)$, $B(0, -1, 1)$ et $C(1 ; 1 ; 1)$

- a) A, B et C appartiennent au plan $(O ; \vec{i}, \vec{j})$.
 b) A, B et C appartiennent au plan $(O ; \vec{i}, \vec{k})$.
 c) A, B et C appartiennent à un plan parallèle au plan $(O ; \vec{i}, \vec{j})$.
 d) $AB = BC$

Exercice 12

Dans un repère orthonormal direct du plan $(O ; \vec{i}, \vec{j})$, on considère les points $A(2 ; 0)$, $B(0 ; -1)$, $C(-3 ; -3)$ et $D(-2\sqrt{3} ; 2)$ en coordonnées cartésiennes. Les coordonnées polaires de ces points sont :

- $A(2 ; 0)$.
- $B(1 ; -\pi)$.
- $C\left(3 ; -\frac{3\pi}{4}\right)$.
- $D\left(4 ; \frac{5\pi}{6}\right)$.

Exercice 13

- $\cos\left(\frac{25\pi}{8}\right) = \sin\left(\frac{27\pi}{8}\right)$.
- $\sin\left(-\frac{19\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$.
- $\cos\left(\frac{19\pi}{6}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.
- $\tan\left(\frac{15\pi}{4}\right) = -1$.

Exercice 14

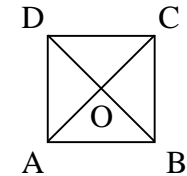
- L'équation $\cos x = \frac{3}{5}$ admet exactement 2 solutions dans \mathbb{R} .
- L'équation $\cos x = \frac{3}{5}$ n'admet aucune solution dans $\left[\frac{\pi}{2} ; \frac{3\pi}{2}\right]$.
- L'équation $\sin x = -\frac{2}{5}$ admet une unique solution dans $[-\pi ; 0]$.
- Si $\cos x = \frac{3}{5}$ alors $\sin x = \frac{2}{5}$ ou $\sin x = -\frac{2}{5}$.

Exercice 15

- $\cos\left(\frac{\pi}{3} + x\right) = \frac{1}{2}(\sqrt{3}\sin x - \cos x)$ pour tout $x \in [-\pi ; \pi[$.
- $\cos^4 x - \sin^4 x = \cos^2 x - \sin^2 x$ pour tout $x \in [0 ; 2\pi[$.
- $\sin x + \cos x = \sqrt{2}\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.
- $1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$ pour tout $x \in \left]-\frac{\pi}{2} ; \frac{\pi}{2}\right[$.

Exercice 16

Soit ABCD un carré de centre O et de côté 1.



- $\vec{OB} \cdot \vec{OD} = \frac{1}{2}$.
- $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 1$.
- $\vec{AC} \cdot \vec{DB} = 0$.
- $\vec{AD} \cdot \vec{BD} = -1$.

Exercice 17

- Si $\vec{u}^2 = \vec{v}^2$, alors $\vec{u} = \vec{v}$ ou $\vec{u} = -\vec{v}$.
- Si $\vec{u}^2 = \vec{v}^2$, alors $\vec{u} + \vec{v}$ et $\vec{u} - \vec{v}$ sont orthogonaux.
- Si $\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{u} \cdot \vec{w}$, alors $\vec{v} = \vec{w}$.
- Si $\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{u} \cdot \vec{w}$, alors \vec{u} et $\vec{v} - \vec{w}$ sont orthogonaux.

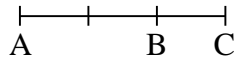
Exercice 18

Soit (\vec{i}, \vec{j}) une base orthonormale du plan, on considère les vecteurs $\vec{u}(2; 2)$ et $\vec{v}(-1; 0)$.

- $\|\vec{u} + \vec{v}\| = \sqrt{5}$.
- $\vec{u} \cdot \vec{v} = -2$.
- $(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{3\pi}{4}$.
- $(-\vec{v}, \vec{u}) = -\frac{3\pi}{4}$.

Exercice 19

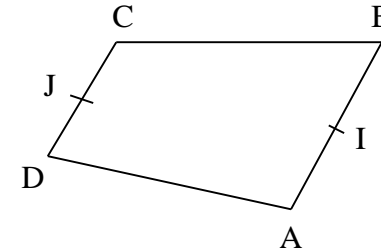
Soit la figure suivante :



- Le barycentre des points $(A; 2)$ et $(C; 1)$ est le milieu de $[AB]$.
- Le barycentre des points $(B; 1)$ et $(C; -2)$ est le symétrique de C par rapport à B .
- C est le barycentre des points $(A; -2)$ et $(B; 6)$.
- Pour tout point M du plan on a : $2\vec{MA} + \vec{MC} = 3\vec{MB}$.

Exercice 20

Soit un quadrilatère $ABCD$, on note I le milieu de $[AB]$ et J le milieu de $[CD]$.



- L'isobarycentre des points A, B, C et D est le point d'intersection des diagonales.
- Le barycentre des points $(A; 1), (B; -6), (C; 1)$ et $(D; 1)$ est à l'extérieur du quadrilatère.
- L'ensemble des points du plan tels que : $\|\vec{MA} + \vec{MB}\| = \|\vec{MC} + \vec{MD}\|$ est la médiatrice de $[IJ]$.
- L'ensemble des points du plan tels que : $\|\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} + \vec{MD}\| = 1$ est un cercle de rayon 1.