

Mardi 12 février 2002

1°S₂₋₃

DEVOIR de MATHÉMATIQUES (2h)

(Calculatrice autorisée)

I/ Etude d'une fonction rationnelle (11 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-1 ; 1\}$ par :

$$f(x) = \frac{-x^3}{x^2 - 1}.$$

1°) Etudier la parité de la fonction f , que peut-on en déduire pour sa courbe représentative C_f ?

2°) a) Calculer les limites de $f(x)$ quand x tend vers 1 et quand x tend vers $+\infty$.

b) En déduire les limites de $f(x)$ quand x tend vers -1 et quand x tend vers $-\infty$.

c) Justifier que la courbe C_f admet deux asymptotes verticales (Δ_1) et (Δ_2) dont on donnera les équations.

3°) Déterminer les réels a et b tels que, pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1 ; 1\}$: $f(x) = ax + \frac{bx}{x^2 - 1}$

4°) a) Démontrer que la droite (D) d'équation $y = -x$ est asymptote oblique à la courbe C_f .

b) Etudier la position de la courbe C_f par rapport à la droite (D).

5°) a) Calculer $f'(x)$

b) Etudier les variations de la fonction f et dresser son tableau de variation complet.

6°) Déterminer une équation de la droite (T) tangente à la courbe C_f au point d'abscisse 2.

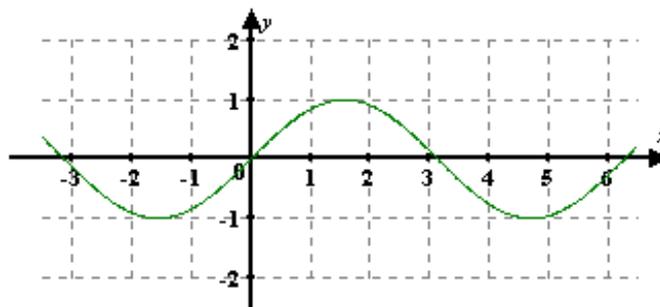
7°) Tracer (Δ_1) , (Δ_2) , (D), (T) et C_f dans un repère orthonormal $(O ; \overset{i}{i}, \overset{j}{j})$ d'unité de longueur 1 cm.

II/ Etude d'une fonction trigonométrique (5 points)

1°) a) Résoudre dans $[0 ; 2\pi[$ l'équation : $\sin x = \frac{1}{2}$.

b) En utilisant les valeurs trouvées au a) et la courbe représentative de la fonction sinus ($y = \sin x$) ci-contre, résoudre dans $[0 ; 2\pi[$ l'inéquation :

$$2\sin x - 1 \geq 0.$$



2°) Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = \cos(2x) + 2\sin x$.

a) Démontrer que $f'(x) = -2\cos x (2\sin x - 1)$ et en déduire les variations de f sur l'intervalle $[0 ; 2\pi[$.

b) Tracer la courbe représentative de f sur l'intervalle $[-2\pi ; 2\pi[$. (unité graphique : 1 cm)

III/ Statistique (4 points)

Une entreprise fait un relevé de la durée d'utilisation quotidienne, en heures, de ses ordinateurs.

Les résultats sont donnés dans le tableau suivant :

durée (en h)	1	2	3	4	5	6	7	8
nombre	3	5	8	19	9	13	4	3

1°) Déterminer la médiane, les quartiles et l'intervalle interquartile.

2°) Construire un diagramme en boîte (ou « boîte à moustaches ») représentant la série statistique.

3°) Calculer la moyenne et l'écart type.