Mercredi 7 novembre 2001 1°S_3

DEVOIR de MATHEMATIQUES (2h)

(Calculatrice autorisée)

I/ Equation du second degré avec un paramètre.

Soit (E_m) l'équation : $(m-1)x^2 + 2mx + m + 2 = 0$.

1°) Résoudre les équation (E_0) et (E_1)
(c'est à dire résoudre l'équation (E_m) dans le cas où $m = 0$ puis dans le cas où $m = 1$).

2°) a) Pour quelle(s) valeur(s) de m l'équation (E_m) admet-elle $x = 0$ comme solution ?
b) Résoudre l'équation (E_m) dans ce(s) cas.

3°) a) Pour quelle(s) valeur(s) de m l'équation (E_m) admet-elle une unique solution ?
b) Pour quelle(s) valeur(s) de m l'équation (E_m) admet-elle deux solutions distinctes ?
c) Pour quelle(s) valeur(s) de m l'équation (E_m) n'admet-elle aucune solutions réelles ?

II/ Equations symétriques.

Soit l'équation (E) : $2x^4 - 9x^3 + 8x^2 - 9x + 2 = 0$.
1°) a) Justifier que 0 n'est pas solution de (E) et en déduire que (E) peut s'écrire :

$$2\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - 9\left(x + \frac{1}{x}\right) + 8 = 0$$

b) Pour tout $x \neq 0$, on pose $X = x + \dfrac{1}{x}$.
Montrer que x est solution de (E) si et seulement si X est solution de (E') : $2X^2 - 9X + 4 = 0$.

2°) a) Résoudre l'équation (E').
b) En déduire les solutions de l'équation (E).

III/ Equations de droites et de cercles.

Soit A(-2 ; 1) et B(4 ; -2) deux points du plan muni d'un repère orthonormal $(O ; \vec{i}, \vec{j})$.
On note (C) l'ensemble des points M(x ; y) du plan tels que : $x^2 + y^2 + 2x - 6y - 15 = 0$
(Faire la figure sur une feuille séparée)

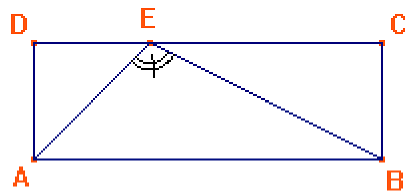
1°) Justifier que (C) est un cercle dont on indiquera le centre et le rayon.

2°) Déterminer une équation de la droite (AB).

3°) Déterminer les points d'intersection I et J de (AB) avec (C).

4°) Déterminer une équation de la tangente à (C) au point K(2 ;-1).

IV/ Produit scalaire et angle.



Soit ABCD un rectangle tel que BC = a et AB = 3BC.
On note E le point de [CD] tel que DE = a.
Le but de l'exercice est de calculer $\overrightarrow{EA}.\overrightarrow{EB}$ pour en déduire une valeur approchée de l'angle $\widehat{AEB}$.

1°) c) Déterminer les coordonnées des points A, B, C, D et E dans le repère orthonormal $(A ; \vec{i}, \vec{j})$ avec $\overrightarrow{AB} = 3a\vec{i}$ et $\overrightarrow{AD} = a\vec{j}$.
b) En déduire une expression de $\overrightarrow{EA}.\overrightarrow{EB}$ en fonction de a.

2°) a) Exprimer les longueurs EA et EB en fonction de a.
b) En déduire une expression de $\overrightarrow{EA}.\overrightarrow{EB}$ en fonction de a de $\widehat{AEB}$.

3°) Déduire des question précédentes une valeur approchée de $\widehat{AEB}$ en degré à 10^{-1} près .

<u>**Barème possible :**</u> I/ **5 pts** - II/ **5 pts** - III/ **5 pts** - IV/ **5 pts**

- Il sera tenu compte de la présentation et de la rédaction de la copie -